# Ingenieur en Economie — Samenvatting & Oefeningen

Ruben Ryckaert

8 januari 2026

## Inhoudsopgave

**1 formularium** **4**
1.1 Introductie . . . 6

**2 Module 1: Marketing** **6**
2.1 Marketing . . . 6
2.2 Marktmanagement . . . 7
2.3 Segmentatie . . . 8
2.4 Product Life Cycle . . . 8
2.5 Prijszetting . . . 8
2.5.1 Interne factoren . . . 9
2.5.2 Externe factoren . . . 9
2.6 Prijszettingsmethodes . . . 12
2.6.1 Nieuwe producten . . . 12
2.6.2 Assortiment producten . . . 13
2.6.3 Prijsaanpasstrategieën . . . 13

**3 Module 2: Lineair Programmeren** **13**
3.1 Simplex Methode . . . 13
3.2 Simplex Methode: Voorbeeld . . . 14
3.3 Sensitiviteitsanalyse . . . 16
3.3.1 A. Wat als de winst per product verandert? . . . 16
3.3.2 B. Wat als je meer of minder materiaal hebt? . . . 16
3.3.3 C. Hoeveel waard is één extra eenheid? . . . 17

**4 Module 3: Investering** **19**
4.1 Inflatie . . . 19
4.2 Basisgegevens investeringsevaluatie . . . 20
4.3 Afschrijvingen . . . 20
4.4 Wat mag je nu afschrijven? . . . 22
4.5 Samengestelde interest, actualisatie, en annuïteiten . . . 22
4.6 Actualisatie en annuïteiten . . . 22
4.7 Investeringsevaluatie methodes . . . 25
4.7.1 Payback-methode . . . 25
4.7.2 Discounted cashflow . . . 25

**5 Module 4: Kostprijs calculatie** **29**
5.1 Kostprijs elementen . . . 29

5.1.1 Fifo en Lifo . . . 30
5.1.2 Primitieve Toeslag methodes . . . 30
5.1.3 Verfijnde toeslagmethode . . . 32
5.1.4 Kostenplaatsmethode . . . 32
5.2 Kostprijsberekening methodes . . . 32
5.2.1 Break-Even Analyse . . . 34
5.3 Activity Based Costing (ABC) . . . 35
5.4 Target based costing . . . 35

**6 Module 5: Analyse van een jaarrekening 35**
6.0.1 Activa (Wat bezit het bedrijf?) . . . 36
6.0.2 Passiva (Waar komt het geld vandaan?) . . . 36
6.1 De balans . . . 38
6.2 Resultatenrekening . . . 38
6.3 Analyse van de jaarrekening . . . 39
6.4 Horizontale analyse . . . 40
6.5 Verticale analyse . . . 40
6.6 Ratio-analyse . . . 41
6.7 Conclusie . . . 47
6.8 Termenlijst Module 5 . . . 47
6.8.1 Basisdocumenten . . . 47
6.8.2 Activa (Bezittingen) . . . 47
6.8.3 Passiva (Financiering) . . . 47
6.8.4 Resultatenrekening . . . 47
6.8.5 Standaarden & Verslagen . . . 47
6.8.6 Analysetypes . . . 48
6.8.7 Liquiditeit . . . 48
6.8.8 Solvabiliteit . . . 48
6.8.9 Efficiëntie (Rotatie) . . . 48
6.8.10 Rentabiliteit . . . 48
6.8.11 Overige belangrijke termen . . . 48

**7 Examenvragen 49**

**8 Examentips 69**

**9 Succes 71**

# Formularium 'Ingenieur en Economie'

**Module 1. Fundamenten van de marketing**

Geen formules voorzien

**Module 2. Lineair Programmeren**

Geen formules voorzien

**Module 3. Investeringsanalyse**

Beschouw het kapitaal P, belegd tegen een rentevoet = i % per periode. Wat is de waarde F van dit kapitaal na n perioden?

$$F = (1+i)^n P$$

Indien de jaarlijkse rentevoet = i %, dan is de maandelijkse rentevoet [(1 + i) $^{1/12}$ – 1].

$$HW_{annuïteit}\,(A,n,i) = A\left(\frac{(1+i)^n-1}{i(1+i)^n}\right) \qquad HW_{perpetuïteit}(A,i) = A\frac{1}{i}$$

$$NHW = \sum_{t=1}^{n}\frac{A_t}{(1+i)^t} - I_0 \qquad 0 = \sum_{t=1}^{n}\frac{A_t}{(1+IRR)^t} - I_0 \qquad PI = \frac{\sum_{t=1}^{n}\frac{A_t}{(1+IRR)^t}}{I_0}$$

**Module 4. Kostprijscalculatie**

<u>Toewijzing op basis van directe loonkosten</u>

Toeslag % = (indirecte kosten / directe lonen).100

<u>Toewijzing op basis van directe materiaalkosten</u>

Toeslag % = (indirecte kosten / directe materiaalkosten).100

<u>Toewijzing op basis van directe kosten</u>

Toeslag % = (indirecte kosten / (directe loonkosten + directe materiaalkosten)).100

<u>Afwijkingsanalyse (W = afwijking)</u>

K' = p'· q' (werkelijke kosten) K = p · q (geraamde kosten) W = K' – K = (p' – p) q' + p (q' – q)

<u>Prijsafwijking grondstof</u>

= werkelijke hoeveelheid · (werkelijke prijs – standaardprijs)

<u>Efficiëntieafwijking grondstof</u>

= standaardprijs · (werkelijke hoeveelheid – standaardhoeveelheid)

<u>Prijsafwijking arbeid</u>

= werkelijk aantal uren · (werkelijk uurloon – standaardloon)

<u>Efficiëntieafwijking arbeid</u>

= standaarduurloon · (werkelijk aantal uren – standaarduren)

<u>Bezettingsafwijking</u>

= (normale − werkelijke productie) . (totale vaste kosten / normale productie)

# 1 formularium

## Formularium

**Inflatie formule** $K = k(1+i)^n$ — met $K$ de toekomstige waarde, $k$ de huidige waarde, $i$ het inflatiepercentage en $n$ de hoeveelheid periodes. (p. 20)

**Formule toekomstige waarde** $P = F/(1+i)^n$ — met $P$ de huidige waarde, $F$ de toekomstige waarde, i de rentevoet, en $n$ de hoeveelheid periodes. (p. 22)

**Formule actualisatie** $P = \frac{A_1}{(1+i)^1} + \frac{A_2}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{A_n}{(1+i)^n} = \sum_{k=1}^{n} \frac{A_n}{(1+i)^k}$ — met $P$ de huidige waarde, $A_n$ de cashflow in periode $n$, $i$ de rentevoet, en $n$ de hoeveelheid periodes. (p. 23)

**Formule annuïteit** $P = A \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(1+i)^k} = A \left( \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \right) = A \times a_n$ — met $P$ de huidige waarde, $A$ de annuïteit (termijnbetaling), $i$ de rentevoet, $a_n$ de annuïteitsfactor, en $n$ de hoeveelheid periodes. (p. 24)

**Formule Huidige Waarde (HW)** $HW = \sum_{k=0}^{n} \frac{R_k - E_k}{(1+i)^k} = \sum_{k=0}^{n} \frac{CF_k}{(1+i)^k}$ — met $HW$ de huidige waarde, $R_k$ de inkomsten in periode $k$, $E_k$ de uitgaven in periode $k$, $i$ de discontovoet, $CF_k$ de cashflow in periode $k$, en $n$ de hoeveelheid periodes. (p. 26)

**Formule Netto Huidige Waarde (NHW)** $NHW = HW - I_0 = \sum_{k=0}^{n} \frac{CF_k}{(1+i)^k} - I_0$ — met $NHW$ de netto huidige waarde, $HW$ de huidige waarde, $I_0$ de initiële investering, $CF_k$ de cashflow in periode $k$, $i$ de discontovoet, en $n$ de hoeveelheid periodes. (p. 26)

**Formule Profitability Index (PI)** $PI_2 = \frac{NHW}{I_0} => PI_1 = \frac{HW}{I_0} => PI_2 = PI_1 - 1$ — met $PI$ de profitability index, $NHW$ de netto huidige waarde, $HW$ de huidige waarde, $I_0$ de initiële investering. (p. 26)

**Formule Internal Rate of Return (IRR)** $0 = \sum_{k=0}^{n} \frac{CF_k}{(1+IRR)^k} - I_0$ — met $IRR$ de internal rate of return, $CF_k$ de cashflow in periode $k$, $I_0$ de initiële investering, en $n$ de hoeveelheid periodes. (p. 26)

**liquiditeit current ratio** $\frac{Kortetermijnactiva + Cash, voorrade}{Kortetermijnschulden}$ — Als de ratio groter is dan 1 kan het bedrijf zijn korte termijn schulden betalen. (p. 42)

**liquiditeit acid test** $\frac{Kortetermijnactiva + Cash}{Kortetermijnschulden}$ — Als de ratio groter is dan 1 kan het bedrijf zijn korte termijn schulden betalen zonder voorraden te verkopen. (p. 42)

**Netto werkkapitaal** $Nettowerkkapitaal = Vlottendeactiva - Kortlopendeschulden$ — Het netto werkkapitaal geeft aan hoeveel liquide middelen een bedrijf heeft om zijn dagelijkse activiteiten te financieren. Een positief netto werkkapitaal

betekent dat het bedrijf voldoende middelen heeft om aan zijn kortlopende verplichtingen te voldoen, terwijl een negatief netto werkkapitaal kan wijzen op mogelijke liquiditeitsproblemen. (p. 42)

**Voorraadrotatie** $Voorraadrotatieindagen = \frac{Gemiddeldeinventaris}{Kostenvanaankopen} \cdot 365$ — Hoe sneller je voorraden roteren hoe beter. Je hebt minder opslagkosten. (p. 43)

**Klantenrotatie** $Klantenrotatieindagen = \frac{handelsvorderingen}{Omzet} \cdot 365$ — Hoe sneller je klanten betalen hoe beter. Je krijgt sneller je cash binnen die je terug kunt gebruiken (p. 43)

**Leveranciersrotatie** $Leveranciersrotatieindagen = \frac{Handelsschulden}{Kostenvanaankopen} \cdot 365$ — Hoe langer je kunt wachten met betalen hoe beter. Je houdt langer je cash. (p. 43)

**Interstdekkingsratio** $interestdekkingsratio = \frac{Operationeelresultaat}{interestkosten}$ — Operationeel resultaat is de winst voor interest en belastingen (EBIT). Deze ratio meet hoe goed een bedrijf zijn rentelasten kan betalen met zijn operationele winst. Je wilt dat deze zo hoog mogelijk is. Een ratio lager dan 1 (dit betekend dat je winst lager is dan de intrest op je schulden) is niet altijd slecht omdat afschrijvingen en niet-kaskosten de winst kunnen verlagen. (p. 44)

**Operationele kassstroom versus schuld** $Operationelekassstroomversusschuld = \frac{Operationeleresultaa}{Totaleschuld}$ — Deze ratio meet hoe goed een bedrijf zijn totale schulden kan aflossen met zijn operationele kasstroom. Je wilt dat deze zo hoog mogelijk is. Deze is meestal lager dan 1 omdat schulden vaak groter zijn dan de jaarlijkse kasstroom. Een heel lage ratio kan wijzen op mogelijke problemen bij het aflossen van schulden. (p. 44)

**Schuldratio** $Schuldratio = \frac{Totaleschuld}{Totaleactiva} = \frac{Totaleschuld}{Ttotaleschuld + Eigenvermogen}$ — Deze ratio meet het aandeel van vreemd vermogen in de totale financiering van een bedrijf. Hoe lager hoe beter omdat het bedrijf dan minder afhankelijk is van schulden. Grotere waarden zijn een groter risico. (p. 44)

**Gearing ratio** $Gearingratio = \frac{TotaleSchuld - Liquidemiddelen(Cash)}{Eigenvermogen}$ — Hoeveel van de finaniele activeiten worden gefinancierd met schulden. Hoe hoger hoe meer risico. (p. 45)

**Bruto winstmarge** $Brutowinstmarge = \frac{Bedrijfsresultaat(geenkaskosten)}{Operationelekosten}$ — Het bedrijfsresultaat is je winst uit operaties. Niet uit financiele opbrengensten. Belegginen, afschrijven tellen niet mee. De operationele kosten is gewoon de omzet. Hoe hoger hoe meer winst uit de kernoperaties komt. (p. 45)

**Nettowinstmarge** $Nettowinstmarge = \frac{Resulaatvanhetboekjaar = Winst}{Omzet}$ — Het resultaat van het boekjaar zijn alle opbrengsten. Hier heb je wel de afschrijvingen, belegginen wel in rekening genomen. Het is daarom minder interessant. (p. 45)

**Rentabiliteit van het eigenvermogen** $Rentabiliteitvanheteigenvermogen = \frac{Resultaatvanhetboekjaar}{Eigenvermogen}$

— Het heeft het rendement van een investering weer. Hoe presteren je investeringen? Hoeveel % van mijn investering krijg ik extra terug. (p. 45)

**Rentabiliteit van de activa** $Rentabiliteitvandeactiva = \frac{Resultaatvanhetboekjaar}{Totaalactiva}$ — Dit is net zoals de ratio hierboven maar nu met de activa. Dus hoeveel winst maak ik afhankelijk van de machines, gebouwen etc. Die ik bezit. Hoe hoger hoe beter (p. 45)

**Winst per aandeel** $Winstperaandeel = \frac{Resultaatvanhetboekjaar}{Gemiddeldaantaluitstaandeaandelen}$ — Hoeveel winst krijg ik uit mijn aandelen. Dit is belangrijk voor investeerders. (p. 45)

**Koers-winstratio** $Koers - winstratio = \frac{Marktprijsperaandeel}{Winstperaandeel}$ — Dit is hoe de markt mijn aandelen waardeert. Een hoge ratio betekent dat beleggers verwachten dat het bedrijf in de toekomst zal groeien. Een lage ratio kan wijzen op een ondergewaardeerd aandeel of zorgen over de toekomst van het bedrijf. (p. 46)

### 1.1 Introductie

Het vak Ingenieur en Economie gaat over marketing, investeringen, kostenanalyse, prijsbepaling, inflatie en lineair programmeren. Deze samenvatting bevat de belangrijkste theorie en oefeningen per module.

## 2 Module 1: Marketing

### 2.1 Marketing

Een markt wordt gedefineerd met de 4 P's met nog 2 extra P's die er bij komen.

- Product: Wat wordt er verkocht?
- Prijs: Welke prijs wordt er gevraagd?
- Plaats: Waar wordt het product verkocht?
- Promotie: Hoe wordt het product gepromoot?
- People: Wie zijn de klanten?
- Positioning: Hoe wordt het product gepositioneerd in de markt?

De marketingcyclus beschrijft de continue interactie tussen de maatschappij en de markt. Dit proces kan als volgt worden samengevat:

1. **Behoeften, Wensen en Vraag**: Het vertrekpunt is de **maatschappij**, die bestaat uit mensen met fundamentele behoeften (fysiek, sociaal, individueel). Wanneer deze behoeften gevormd worden door cultuur en persoonlijkheid, spreken we van **wensen**. Als deze wensen gesteund worden door koopkracht, ontstaat er een concrete **vraag**.
2. **Producten**: Om aan deze vraag te voldoen, bieden bedrijven **producten** aan. Dit begrip is breed en omvat fysieke goederen, diensten, ervaringen, personen, plaatsen, organisaties en ideeën.
3. **Waarde en Tevredenheid**: De consument maakt een keuze op basis van de verwachte waarde. De **tevredenheid** achteraf hangt af van de waargenomen prestaties ten opzichte van de verwachtingen. Kwaliteit speelt hierin een sleutelrol.

4. **Ruil, Transactie en Relaties**: Een **ruil** is de kern van marketing: het verkrijgen van een gewenst object door iets terug te geven (meestal geld). Een **transactie** is een ruil met meetbare waarden. Succesvolle transacties bouwen langdurige **relaties** op met klanten.

5. **Markt**: De verzameling van alle werkelijke en potentiële kopers van een product vormt de **markt**. Deze markt beïnvloedt op zijn beurt weer de maatschappij, waardoor de cyclus rond is.

**EXAMENTIP:** *Deze cyclus kan exact gevraagd worden op het examen. Ken de stappen goed!*

## 2.2 Marktmanagement

Er zijn vijf alternatieve concepten die organisaties gebruiken om hun marketingstrategie vorm te geven. Hieronder staan ze uitgewerkt met vaste criteria.

**1. Productieconcept**

**Uitgangspunt:** Consumenten geven de voorkeur aan producten die beschikbaar en goedkoop zijn.
**Focus:** Hoge productie-efficiëntie en brede distributie.
**Wanneer:** Als de vraag groter is dan het aanbod of de productiekost omlaag moet.
**Gevaar:** Marketing myopia: te veel focus op het proces, te weinig op wat de klant echt nodig heeft.
**Voorbeeld:** Ford Model T ("Elke kleur, zolang het maar zwart is"), goedkope elektronica.

**2. Productconcept**

**Uitgangspunt:** Consumenten willen de beste kwaliteit, prestaties en innovatie.
**Focus:** Continue productverbetering en technische perfectie.
**Wanneer:** In markten waar klanten kwaliteit belangrijker vinden dan prijs.
**Gevaar:** De klant zoekt een oplossing (gat in de muur), geen specifiek product (de boormachine zelf).
**Voorbeeld:** Apple (design/kwaliteit), high-end audioapparatuur.

**3. Verkoopconcept**

**Uitgangspunt:** Consumenten kopen niet genoeg tenzij het bedrijf ze actief overhaalt.
**Focus:** Grootschalige verkoop- en promotie-inspanningen (Inside-Out).
**Wanneer:** Bij overcapaciteit of ünsought goods"(waar mensen niet uit zichzelf aan denken).
**Gevaar:** Focus op transacties in plaats van langdurige klantrelaties; ontevreden klanten na de koop.
**Voorbeeld:** Verzekeringen, bloeddonatie, agressieve telemarketing.

**4. Marketingconcept**

**Uitgangspunt:** Doelen bereiken door de behoeften van de doelgroep beter te vervullen dan de concurrent.
**Focus:** De klant centraal stellen (Outside-In) en waarde creëren.
**Wanneer:** In competitieve markten waar de klant keuze heeft (kopersmarkt).
**Gevaar:** Te veel focus op kleine klantwensen kan innovatie op lange termijn remmen.
**Voorbeeld:** Coolblue, Amazon, Ikea.

**5. Maatschappelijk Marketingconcept**

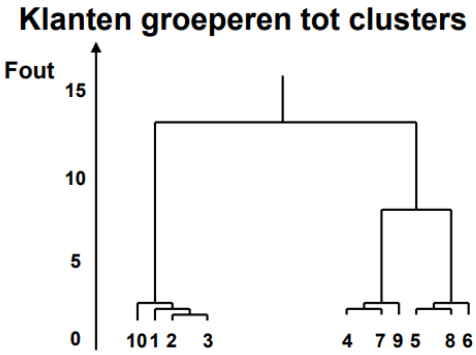
**Uitgangspunt:** Marketing moet rekening houden met consumentenbehoeften én het welzijn van de samenleving.
**Focus:** Balans tussen bedrijfswinst, klantwensen en maatschappelijk belang.
**Wanneer:** Bij groeiend bewustzijn over duurzaamheid, ethiek en gezondheid.
**Gevaar:** Hogere kosten op korte termijn en complexere besluitvorming.
**Voorbeeld:** Patagonia, The Body Shop, Fairphone.

**EXAMENTIP:** *Zorg dat je al deze concepten goed kent en weet wanneer ze toegepast worden en de voor- en nadelen van elk concept.*

## 2.3 Segmentatie

Je kunt natuurlijk niet iedereen aanspreken met je product. Daarom ga je je markt opdelen in segmenten. Je kunt groepen opspliten op basis van:

- Geografisch: Land, regio, stad
- Demografisch: Leeftijd, geslacht, inkomen, opleiding
- Psychografisch: Levensstijl, persoonlijkheid, waarden
- Gedragsmatig: Koopgedrag, merkentrouw, gebruiksfrequentie




Figuur 1

Je krijgt dan clusters zoals in figuur 1. Waarnaar je heel gericht kan adverteren.

## 2.4 Product Life Cycle

**EXAMENTIP:** *Je moet alle fases kennen en de cyclus kunnen tekenen. De verkoop en de winst.*

In de figuur zie je ook dat er overlappende PLC's zijn. Je gaat je nieuw product lanceren op het einde van de volwassenheidsfase van je vorige product. Je krijgt dan een positieve winslijn.

## 2.5 Prijszetting

De juiste prijs bepalen is een evenwichtsoefening. De prijs ligt ergens tussen de productiekosten (de ondergrens) en de waarde die de klant eraan hecht (de bovengrens).

Alle fases zijn:

1. Product development: R&D, geen verkoop, hoge kosten.
2. Introductie: Lage verkoop, hoge kosten, geen winst
3. Groei: Snelle verkoopstijging, dalende kosten, winst begint te komen
4. Volwassenheid: Verkoop piekt, kosten laag, winst hoog maar begint te dalen
5. Neergang: Verkoop daalt, kosten stijgen, winst daalt

Figuur 2

### 2.5.1 Interne factoren

De prijszetting wordt beïnvloed door vier belangrijke interne factoren:

**Marketingdoelstellingen** Voordat de prijs wordt bepaald, moet het bedrijf zijn strategie kiezen:

- **Overleven:** Bij overcapaciteit of hevige concurrentie; lage prijzen om de productie draaiende te houden.
- **Winstmaximalisatie:** Prijzen zo kiezen dat de huidige winst maximaal is (korte termijn focus).
- **Marktaandeel leiderschap:** Zo laag mogelijke prijzen om snel een groot marktaandeel te veroveren.
- **Kwaliteitsleiderschap:** Hoge prijzen om R&D en hoge kwaliteit te dekken.

**Marketingmix strategie** De prijs is slechts één van de marketinginstrumenten. De prijs moet gecoördineerd zijn met het **product**ontwerp, de **distributie** en de **promotie** om een consistent en effectief marketingprogramma te vormen.

**Kosten** De kosten bepalen de **bodemprijs** (vloer). Het bedrijf moet een prijs vragen die de vaste en variabele kosten dekt en een eerlijk rendement oplevert.

- **Vaste kosten:** Kosten die niet variëren met productie (huur, rente, salarissen).
- **Variabele kosten:** Kosten die direct variëren met het productieniveau.
- **Totale kosten:** $\rightarrow TCK = VK + VARK$

**Verantwoordelijkheid binnen de organisatie** Wat voor soort bedrijf ben je. Non-profit of winstgericht? Wat is belangrijke voor mangement en aandeelhouders? Daarbij is er ook een maatschappelijke verantwoordelijkheid.

### 2.5.2 Externe factoren

Externe factoren zijn factoren die niet door het bedrijf zelf kunnen worden beïnvloed, maar die wel een grote impact hebben op de prijszetting.

**PLC overzicht**

| | Introductiefase | Groeifase | Volwassenheidsfase | Neergangsfase |
|---|---|---|---|---|
| **Karakteristieken** | | | | |
| Afzet | Lage afzet | Snel stijgende afzet | Topafzet | Dalende afzet |
| Kosten | Hoge kosten per klant | Matige kosten per klant | Lage kosten per klant | Lage kosten per klant |
| Winsten | Negatief | Stijgende winst | Hoge winst | Dalende winst |
| Klanten | Pioniers | Early adopters | Meerderheid | Nakomers |
| Concurrenten | Weinig | Groeiend aantal | Stabiel aantal, begint terug te lopen | Afnemend aantal |
| | | | | |
| **Marketingdoelstellingen** | Product creëren en uitproberen, aanmoedigen van de verkoop | Marktaandeel maximaliseren | Winst maximaliseren | Kosten terugdringen en merk of product 'uitmelken' |
| | | | | |
| **Strategieën** | | | | |
| Product | Een elementair product aanbieden | Productuitbreidingen, dienstverlening, extra garantie | Diversifiëren | Afbouwen |
| Prijs | Hoge prijs | Prijs afbouwen om marktpenetratie te bevorderen | Prijs afbouwen op basis van de concurrentie | Prijs snoeien |
| Plaats (distributie) | Selectieve distributie | Intensieve distributie | Intensieve distributie | Distributie afbouwen |
| Promotie (reclame) | Productbesef opbouwen | Belangstelling opbouwen | Benefits benadrukken | Handhaven nodige niveau |

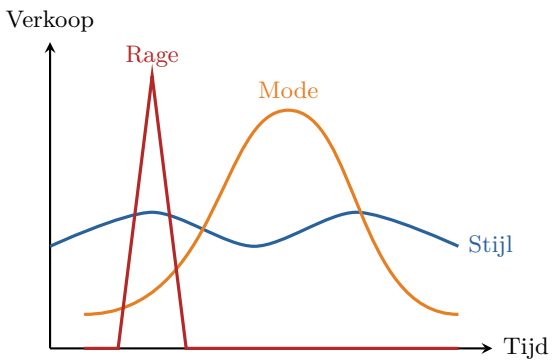
Figuur 3: Tabel met kenmerken van elke PLC fase

**Varianten op de Levenscyclus**

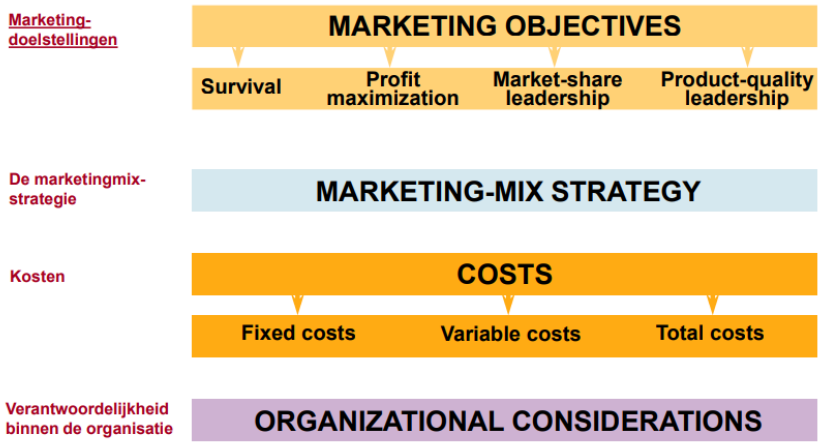
**Stijl** Een basis- en onderscheidende wijze van expressie. Gaat generaties mee en golft op en neer in populariteit (bv. formele kleding, koloniale huizen).

**Mode** Een momenteel geaccepteerde of populaire stijl. Groeit langzaam, blijft een tijd populair en daalt dan langzaam (bv. business casual).

**Rage (Fad)** Een tijdelijke periode van ongewoon hoge verkoop gedreven door direct consumentenenthousiasme. Stijgt extreem snel, piekt kort, en stort in (bv. Fidget Spinner).




Figuur 4: Visueel verloop van PLC varianten

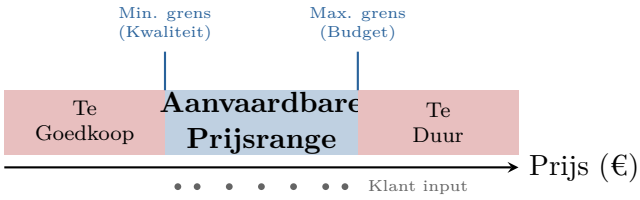


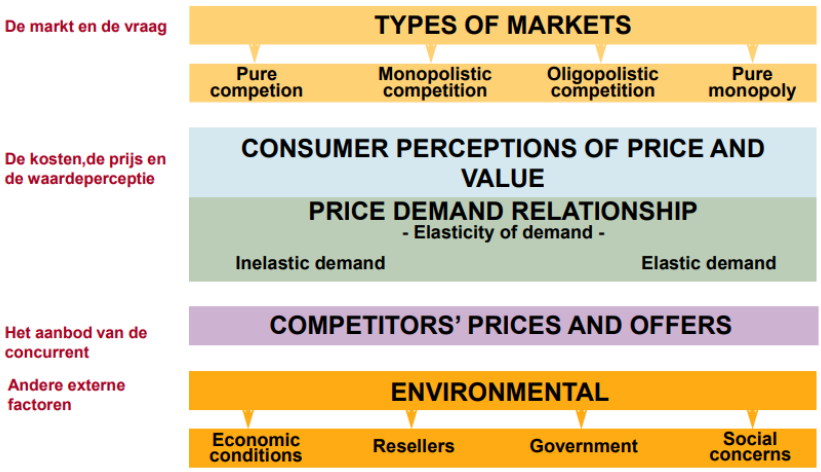

Figuur 5: Interne factoren die de prijszetting beïnvloeden

**De Prijsvork: Klantperceptie**

De prijsvork wordt bepaald door de perceptie van de klant. Er is een range van aanvaardbare prijzen:

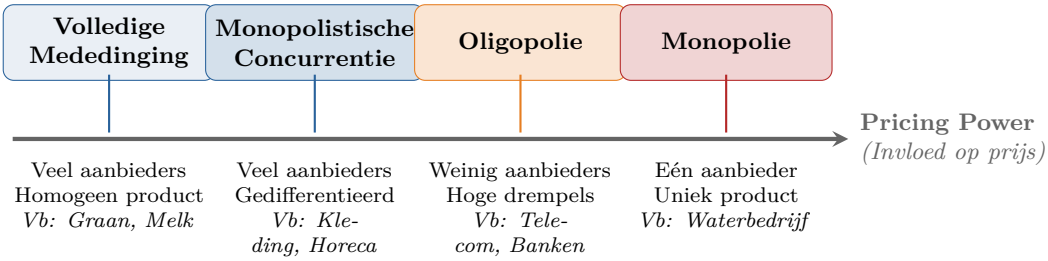
- **Te laag:** De klant vertrouwt de kwaliteit niet.
- **Te hoog:** De klant vindt het product het geld niet waard.
- **Acceptabel:** De zone hiertussen waar de aankoopwaarschijnlijkheid het grootst is.



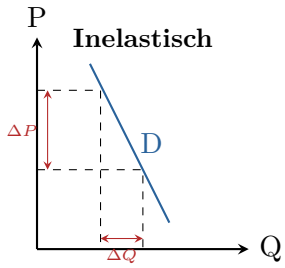

Figuur 6: Externe factoren die de prijszetting beïnvloeden

**De Markt en Concurrentie** In welke markt opereer je? De vrijheid om je prijs te zetten (pricing power) hangt sterk af van de concurrentievorm. In een zeer competitieve markt bepaalt de markt de prijs, terwijl je in een monopolie zelf de prijs kunt zetten.

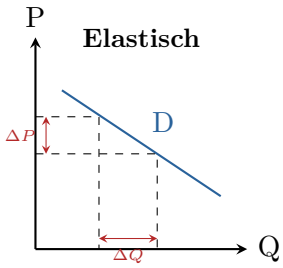



Figuur 7: Het spectrum van marktconcurrentie: van prijsnemer naar prijszetter

**Consumentenperceptie van waarde** Uiteindelijk bepaalt de consument of de prijs gerechtvaardigd is. Een belangrijk concept hierbij is de **prijselasticiteit**: hoe sterk reageert de vraag op een prijsverandering? met $\%\Delta Q$ de verandering in hoeveelheid vraag en $\%\Delta P$ de verandering in prijs.




Steile curve: $\Delta P > \Delta Q$




Vlakke curve: $\Delta P < \Delta Q$

Figuur 8: Prijselasticiteit van de vraag

**Economische omstandigheden:** Inflatie, recessie, koopkracht.

**Sociale en culturele factoren:** Trends, normen, waarden.

**Wet- en regelgeving:** Prijscontroles, belastingen, handelsbeperkingen.

**Herverkopers en distributiekanalen:** zoals groothandels en winkels vb bol.com of amazon.

**EXAMENTIP:** *Leg niet teveel druk om deze exacte factoren te onthouden. Begrijp wel hoe interne en externe factoren de prijszetting beïnvloeden.*

## 2.6 Prijszettingsmethodes

### 2.6.1 Nieuwe producten

**Afroomstrategie:** Je zet een hoge prijs in het begin en verlaagt die dan geleidelijk. Dit werkt goed als je al een gevestigde reputatie hebt en je product uniek is. Early adopters zijn bereid meer te betalen voor het nieuwste product.

**Penetratiestrategie:** Je zet een lage prijs om snel marktaandeel te veroveren. Daarna verhoog je de prijs. Dit werkt goed in een competitieve markt.

### 2.6.2 Assortiment producten

Dit zijn producten in groep of deals die je aanbiedt.

- **Productlijn-prijszetting:** Je zet prijs stappen tussen verschillende producten in een lijn. *laptops, smartphones.*
- **Optie-prijszetting:** Accesoires of extra's worden apart geprijsd. *auto's met extra opties.*
- **Captive-prijszetting:** Je verkoopt een basisproduct tegen een lage prijs, maar de bijbehorende verbruiksartikelen zijn duur *Scheermesjes en cartridges.*
- **By-product-prijszetting:** Je verkoopt bijproducten om de kosten van het hoofdproduct te compenseren. *vlees en leer.*
- **Productbundel-prijszetting:** Je verkoopt meerdere producten samen tegen een lagere prijs

### 2.6.3 Prijsaanpasstrategieën

Prijzen zijn natuurlijk niet altijd hetzelfde. Er zijn kortingen, deals, seizoensprijzen etc. Of prijzen wordt aangepast om het als een betere deal te laten lijken (€9,99 in plaats van €10).

- **Korting en bonussen:** Prijsverlagingen voor vroege betalingen, grote bestellingen of seizoensgebonden aankopen.
- **Segmentatie-prijszetting:** Verschillende prijzen voor verschillende klantsegmenten *(studenten, senioren).*
- **Psychologische prijszetting:** Prijzen die psychologisch aantrekkelijk zijn *(bijv. €9,99 in plaats van €10).*
- **Promotionele prijszetting:** Tijdelijke prijsverlagingen om de verkoop te stimuleren *(kortingen, coupons).*
- **Geografische prijszetting:** Prijzen variëren op basis van locatie *(exportprijzen, lokale marktomstandigheden).*

# 3 Module 2: Lineair Programmeren

Lineair programmeren (LP) is een wiskundige methode om de beste uitkomst (zoals maximale winst of laagste kosten) te bepalen wanneer je lineaire relaties hebt.

Hieronder een voorbeeld waarbij je twee producten maakt met verschillende winstbijdragen maar je bent beperkt in grondstoffen en tijd.

Als je moet bepalen hoe je het meeste winst maakt afhankelijk van verschillende producten en beperkingen, dan gebruik je lineair programmeren. De grafische methode werkt goed voor 2 variabelen; voor meer variabelen gebruik je de Simplex-methode.

## 3.1 Simplex Methode

1. **Standaardvorm:** Zet alle ongelijkheden ($\leq$) om in vergelijkingen ($=$) door Slack Variabelen (s) toe te voegen. Slack vangt het ongebruikte deel van een middel op.
2. **Start:** Begin in de oorsprong (alles 0).
3. **Iteratie (Pivoteren):**

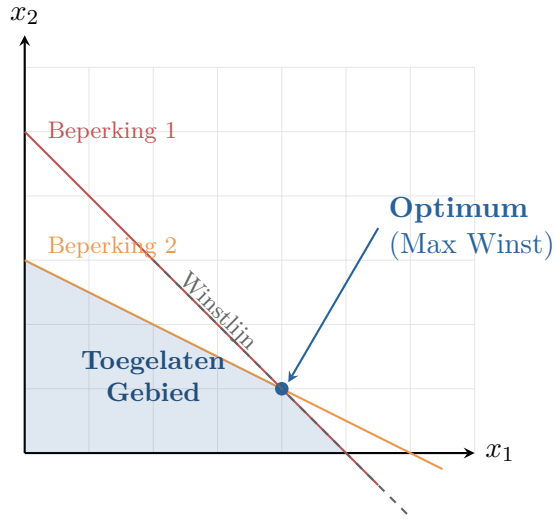
**Kernbegrippen van LP**

**Doelfunctie:** Wat wil je optimaliseren of maximaliseren? (bijv. winst, kosten)

$$\text{Maximize } Max_Z = c_1x_1 + c_2x_2$$

**Beperkingen:** De limieten waarbinnen je moet werken (tijd, budget, grondstoffen). Deze vormen lijnen in de grafiek.

$$\text{Beperking kost1} : a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1$$




Figuur 9: Grafische oplossing van een LP-probleem

(a) Kies de binnenkomende variabele (Entering Variable): Kijk naar de doelfunctie-rij. Welke variabele heeft de meest negatieve coëfficiënt? Die levert de meeste winststijging op.

(b) Kies de uitgaande variabele (Leaving Variable): Doe de Minimum Ratio Test (Rechterzijde / Binnenkomende kolom). De kleinste positieve ratio wint. Dit is de beperking die je als eerste raakt (de flessenhals).

(c) Update: Reken de tabel om zodat de nieuwe variabele in de basis komt en de oude eruit gaat.

4. **Stop:** Als er geen negatieve getallen meer in de doelfunctie-rij staan, heb je het optimum bereikt

## 3.2 Simplex Methode: Voorbeeld

Stel we produceren twee producten ($x_1$ en $x_2$). Elk product vereist een bepaalde tijd voor assemblage en elektronica. We willen de winst ($P$) maximaliseren.

**Gegevens:**

- **Doelfunctie:** Max $P = 7x_1 + 5x_2$
- **Beperkingen:**
  - Assemblage tijd: $4x_1 + 3x_2 \leq 240$
  - Elektronica tijd: $2x_1 + 1x_2 \leq 100$

**Stap 1: Slack Variabelen toevoegen**

Om de ongelijkheden ($\leq$) op te lossen met een matrix, moeten we ze omzetten naar vergelijkingen ($=$). Hiervoor introduceren we **slack variabelen** ($S_1$ en $S_2$).

- $S_1$: De ongebruikte tijd in de assemblage-afdeling. Als $S_1 > 0$, hebben we tijd over.
- $S_2$: De ongebruikte tijd in de elektronica-afdeling.

De vergelijkingen worden dan:

$$\begin{aligned} 4x_1 + 3x_2 + 1S_1 + 0S_2 &= 240 \\ 2x_1 + 1x_2 + 0S_1 + 1S_2 &= 100 \\ P - 7x_1 - 5x_2 - 0S_1 - 0S_2 &= 0 \end{aligned}$$

**Stap 2: Initiële Simplex Tabel**
We zetten dit in een matrix. De onderste rij is de doelfunctie.

Tabel 1: Initiële Simplex Tableau

| **Basis** | **P** | $\mathbf{x_1}$ | $\mathbf{x_2}$ | $\mathbf{S_1}$ | $\mathbf{S_2}$ | **Oplossing** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $S_1$ | 0 | **4** | 3 | 1 | 0 | 240 |
| $S_2$ | 0 | 2 | 1 | 0 | 1 | 100 |
| $P$ | 1 | -7 | -5 | 0 | 0 | 0 |

**Stap 3: Oplossen (Rij-operaties)**
We voeren rij-operaties (vegen) uit totdat er geen negatieve getallen meer staan in de onderste rij.

1. **Pivot Kolom:** Meest negatieve waarde in rij $P$ is $-7$ (dus variabele $x_1$ moet de basis in).
2. **Pivot Rij:** We delen de oplossing door de pivot-kolom: $240/4 = 60$ en $100/2 = 50$. De kleinste waarde is 50, dus rij $S_2$ is de pivot rij.
3. **Vegen:** We maken van de pivot (positie $S_2, x_1$) een 1 en zorgen dat de andere waarden in die kolom 0 worden.

Na het uitvoeren van alle iteraties krijgen we de eindtabel:

Tabel 2: Simplex Tableau: Oplossing

| **Basis** | **P** | $\mathbf{x_1}$ | $\mathbf{x_2}$ | $\mathbf{S_1}$ | $\mathbf{S_2}$ | **Oplossing** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_2$ | 0 | 0 | 1 | 1 | -2 | 40 |
| $x_1$ | 0 | 1 | 0 | -0.5 | 1.5 | 30 |
| $P$ | 1 | 0 | 0 | 1.5 | 0.5 | **410** |

**Conclusie en Interpretatie:**
In de kolom "Oplossing"lezen we de optimale waarden af voor de **basisvariabelen** $(x_1, x_2, P)$. Variabelen die **niet** in de kolom 'Basis' staan (hier $S_1$ en $S_2$), zijn **niet-basisvariabelen** en hebben per definitie de waarde **0**.

- $\mathbf{x_1 = 30}$: We produceren 30 eenheden van product 1.
- $\mathbf{x_2 = 40}$: We produceren 40 eenheden van product 2.
- $\mathbf{P = 410}$: De maximale winst is 410.
- $S_1 = 0$ en $S_2 = 0$: Dit betekent dat er geen ongebruikte tijd is.
  - Assemblage: $4(30) + 3(40) = 120 + 120 = 240$ uur gebruikt (van de 240).

- Elektronica: $2(30) + 1(40) = 60 + 40 = 100$ uur gebruikt (van de 100).

Beide afdelingen draaien dus op volle capaciteit (bottlenecks).

## 3.3 Sensitiviteitsanalyse

In de praktijk veranderen dingen. De winstmarges kunnen stijgen of dalen. Je krijgt meer of minder materiaal. Wat gebeurt er met je optimale plan? Moet je alles opnieuw berekenen?

Sensitiviteitsanalyse geeft antwoord: **Hoeveel mag iets veranderen voordat je plan niet meer werkt?**

### 3.3.1 A. Wat als de winst per product verandert?

**Doelfunctie-coëfficiënten**

De coëfficiënten in de doelfunctie zijn de winstbedragen per product (bijv. €7 per product A, €5 per product B).

Stel je wint nu €7 op product A. Maar morgen stijgt de vraag en kun je €8 vragen.

**Wat gebeurt er?** De winstlijn kantelt. Je gaat meer product A maken.

**Hoeveel mag veranderen?** Tot ongeveer een bepaald punt. Als je €9 per product A kunt vragen, is het misschien niet meer winstgevend om product B te maken. Dan maak je enkel product A.

- **Binnen de grens:** Je houdt dezelfde producten. Alleen je totale winst stijgt of daalt.
- **Voorbij de grens:** Je switch naar een ander productie-plan. Je moet opnieuw denken over wat je maakt.

### 3.3.2 B. Wat als je meer of minder materiaal hebt?

**Rechterzijde van beperkingen (RHS)**

Beperkingen hebben getallen aan de rechterkant: "Assemblage $\leq$ 240 uur". Die 240 is de rechterzijde.

Stel je hebt 240 uur assemblagewerk. Nu krijg je een stagiair: plots heb je 270 uur.

**Wat gebeurt er?** Je kunt meer producten maken. Je winstgrens schuift omhoog. Maar misschien wordt elektronica nu de bottleneck in plaats van assemblage.

**Hoeveel mag veranderen?** Tot je een ander probleem tegenkomt. Als je van 240 naar 180 uur gaat, kan je misschien helemaal geen optimaal plan meer vinden.

- **Binnen de grens:** Hetzelfde plan werkt. Je maakt gewoon meer of minder stukken.
- **Voorbij de grens:** Een ander hulpmiddel (machine, tijd, grondstof) wordt nu het probleem. Je plan valt in duigen.

### 3.3.3 C. Hoeveel waard is één extra eenheid?

**Schaduwprijs (Shadow Price)**

Dit is: hoeveel extra winst je krijgt als je één eenheid extra krijgt van iets wat beperkt is.

Je hebt precies genoeg assemblagewerk (240 uur). Je bent dus volledig aan het werk.

Vraag: **Hoeveel zou het je waard zijn om 1 extra uur assemblage te hebben?**

Antwoord: Als je schaduwprijs €5 is, levert 1 extra uur €5 extra winst op.

**Praktisch voorbeeld:**

- Je schaduwprijs voor assemblage = €5 per uur.
- Een uur huren van iemand anders kost €3.
- **Doe het!** Je verdient €5 en betaalt €3. Netto €2 winst.
- Maar als huren €6 kost?
- **Niet doen!** Je verdient €5 maar betaalt €6. Je verliest €1.

**Belangrijk:** Schaduwprijzen werken alleen als je al volledig aan het werk bent (geen overschot). Als je nog grondstof over hebt, is de schaduwprijs €0 (meer ervan helpt niet).

**Schaduwprijs:** De waarde van één extra eenheid van iets wat beperkt is (hulpbron, grondstof, tijd).

**Bereik:** Binnen dit bereik blijft je schaduwprijs geldig.

**Verandering:** Als dingen veel veranderen, verandert je hele plan.

**Oefening 1: Verandering in Winstmarges**

Context: Een bedrijf maakt mountainbikes ($x_1$) en racefietsen ($x_2$). Huidig optimaal plan: 2 mountainbikes, 2 racers. Totale winst: \$50.

**Vraag A:** De marketingafdeling meldt dat door een promotie de winst op een Mountainbike ($x_1$) daalt van \$15 naar \$11.

- Blijft ons huidige productieplan (2 mountainbikes, 2 racers) optimaal?
- Wat is de nieuwe totale winst?

**Gegeven uit sensitivity analyse:**

- Huidige winst mountainbike: \$15
- Allowable Decrease: \$5

**Oplossing:**

1. **Bereken de verandering:** De daling is $15 - 11 = 4$
2. **Vergelijk met toegestane range:** Omdat de daling (4) kleiner is dan de toegestane daling (5), verandert de basis niet.
3. **Conclusie:** We produceren nog steeds dezelfde aantallen ($x_1 = 2, x_2 = 2$)
4. **Nieuwe Winst:**

$$\begin{aligned} Z_{\text{nieuw}} &= (11 \times 2) + (10 \times 2) \\ &= 22 + 20 = \$42 \end{aligned}$$

Alternatief: Oude winst (50) - daling ($4 \times 2$ fietsen) = \$42

**Vraag B:** De winst op een Racefiets ($x_2$) stijgt plotseling naar \$20. Blijven we hetzelfde doen?
**Gegeven:**
- Huidige winst racefiets: \$10
- Allowable Increase: \$5

**Oplossing:**
1. **Bereken de verandering:** De stijging is $20 - 10 = 10$
2. **Vergelijk met toegestane range:** De stijging (10) is groter dan de toegestane stijging (5)
3. **Conclusie:** We vallen **buiten de range**. Het huidige productieplan is niet langer optimaal. We moeten het model opnieuw oplossen (waarschijnlijk wordt het interessanter om meer racefietsen te maken ten koste van mountainbikes).

## Oefening 2: Verandering in Beperkingen (Shadow Prices)

Context: Zelfde bedrijf. De productie wordt beperkt door machinecapaciteit (Metal Finishing).
**Gegeven uit sensitivity analyse:**
- Shadow Price voor machinecapaciteit: \$10
- Allowable Increase: 1 uur

**Vraag C:** Je krijgt de kans om 1 uur extra machinecapaciteit te huren bij de buren. De buurman vraagt hiervoor \$8. Moet je dit doen?
**Oplossing:**
1. **Betekenis Shadow Price:** 1 extra uur levert ons \$10 extra winst op (zolang we binnen de range blijven)
2. **Check de range:** We voegen 1 uur toe. De Allowable Increase is 1. We zitten dus precies op de grens, maar het mag nog net.
3. **Berekening:**
   - Opbrengst van extra uur: \$10
   - Kosten van extra uur: \$8
   - Netto winst: $10 - 8 = \$2$
4. **Conclusie: Ja**, je moet dit doen. Het verhoogt de totale winst van het bedrijf met \$2.

**Vraag D:** Stel dat de buurman 3 uur extra capaciteit aanbiedt voor een totaalprijs van \$20 (dus \$6,66 per uur). Doen?
**Oplossing:**
1. **Kosten vs. Baten:** De prijs (\$6,66) is lager dan de schaduwprijs (\$10), dus het lijkt een goede deal.
2. **Check de range:** De Allowable Increase is echter maar 1 uur.
3. **Conclusie:** Een toename van 3 uur valt **buiten de range**. Hierdoor verandert de basisstructuur van onze oplossing (een andere beperking wordt de flessenhals). De schaduwprijs van \$10 is niet meer geldig voor die laatste 2 uur.

We kunnen **niet met zekerheid** zeggen of dit winstgevend is zonder het model opnieuw op te lossen.

**Samenvatting Sensitiviteitsanalyse**

**Objective Coefficients (Winst):**
- Zolang je binnen de "Allowable" grenzen blijft, verandert je productieaantal ($x$) niet
- Je totale winst ($Z$) verandert wel

**Constraints (RHS - Beperkingen):**
- De Shadow Price vertelt je wat 1 extra eenheid waard is
- Zolang je binnen de "Allowable" grenzen blijft, is deze prijs geldig
- Ga je erbuiten, dan verandert de basis en is de schaduwprijs niet meer bruikbaar

**EXAMENTIP:** *MAAK OEFENINGEN VAN DEZE MODULE.*

# 4 Module 3: Investering

Deze module stelt de vraag, Wat is een goede investering? Een investering is een uitgave nu met de verwachting van toekomstige opbrengsten. Dit kan gaan om geld of productiviteit zoals het kopen van machines of opleidingen voor personeel. **Cashflow of Kasstroom** is het geld dat binnenkomt en uitgaat over een bepaalde periode.

Maar waarom zou je investering nu doen in plaats van later? Je moet investeren omdat inflatie de waarde van geld vermindert over tijd.

## 4.1 Inflatie

Inflatie is de stijging van het algemene prijsniveau over tijd. De koopkracht van je geld neemt dus af. Dit leidt tot een lagere **NHW (Netto Huidige Waarde)** van toekomstige cashflows. Inflatie van 2% tot 3% is gezond omdat het een balans creert tussen sparen en uitgeven. Te hoge inflatie (hyperinflatie) kan leiden tot economische instabiliteit. terwijl deflatie (dalende prijzen) kan leiden tot stagnatie. Je gaat niet investeren als je verwacht dat prijzen blijven dalen.

Figuur 10: Effect van inflatie op koopkracht

Inflatie wordt berekent met de formule:

**Inflatie formule:**

$$K = k(1+i)^n$$

*met $K$ de toekomstige waarde, $k$ de huidige waarde, $i$ het inflatiepercentage en $n$ de hoeveelheid periodes.*

**Voorbeeldoefening: Koopkracht over tijd**

Stel dat je vandaag €1.000 op je spaarrekening hebt. De gemiddelde inflatie over de komende 5 jaar wordt geschat op 3% per jaar. Hoeveel moet dat bedrag over 5 jaar zijn om nog exact dezelfde hoeveelheid goederen te kunnen kopen?

**Oplossing:**

- **Gegeven:** $k = €1.000$, $i = 0,03$ (3%), $n = 5$ jaar.
- **Berekening:**

$$K = 1000 \times (1 + 0,03)^5$$

$$K = 1000 \times (1,03)^5 \approx 1000 \times 1,159$$

- **Resultaat:** $K = \mathbf{€1.159,27}$

*Betekenis:* Door de inflatie heb je over 5 jaar €1.159,27 nodig om hetzelfde te kunnen kopen als wat je vandaag voor €1.000 koopt. Je geld is dus minder waard geworden.

## 4.2 Basisgegevens investeringsevaluatie

Een paar belangrijke begrippen bij investeringsevaluatie:

**Horizon** De periode waarin je de investering bekijkt (bijv. 5 jaar).

- fysieke levensduur: Hoe lang gaat de investering mee?
- economische levensduur: Hoe lang levert de investering waarde op?
- Fiscale levensduur: Hoe lang mag je de investering afschrijven volgens de belastingdienst?
- Product levensduur: Hoe lang blijft het product relevant op de markt? zie module 1.

**Uitgavepatroon** Wanneer worden de kosten gemaakt?

**Inkomstenpatroon** Wanneer worden de opbrengsten gegenereerd?

## 4.3 Afschrijvingen

Een **afschrijving** is een manier om de kosten van een investering te verdelen over de meerdere periodes. Dit is belangrijk voor de belastingen. Je kunt namelijk belastingen vermijden door afschrijvingen te gebruiken.

Stel je hebt 6500 inkomsten. Je hebt 500 euro uitgaven. De brute cashflow is dan 6000 euro. Je gaat nu een investering doen. Een fiets van 5000 euro. Je hebt nog niets gekocht maar je gaat dit verdelen over 5 jaar. Elk jaar schrijf je dan 1000 euro af. De bruto cashflow is dan 6000 - 1000 = 5000 euro. De belastingen zijn 20% dus je betaald 1000 euro belasting. Je netto cashflow is dan 4000 euro. Je telt dan weer de afschrijving erbij omdat dit geen echte uitgave is. Je hebt

- Kasstroom

| | |
|---|---|
| inkomsten | $R_t$ |
| - uitgaven | $E_t$ |
| **bruto kasstroom** | |
| - afschrijvingen | |
| belastbare winst | |
| - belasting (x%) | |
| winst na belasting | |
| + afschrijvingen | |
| **netto kasstroom = Cashflow** | |

Figuur 11: Uitgave- en inkomstenpatroon van een investering

dan een netto cashflow van 5000 euro.

Hoe dit eruit ziet. Je koopt een fiets uit je portomanee. Je gaat dan bij een afschrijving per periode een % aan de kant leggen in een andere pot maar dat geld is niet weg. Dit is een afschrijving. Hiermee omzijl je de belastingen.

Een afschrijving mag niet altijd. Je mag niet zomaar 100% van je belastingen afschrijven. Je moet dus afhankelijk van je product een lengte en een methode van afschrijving kiezen.

De fiscus is de belastingdienst die belastingen heft. Zij bepalen dus hoe lang en op welke manier je mag afschrijven.

Je hebt verschillende manieren van afschrijven:

**Lineaire afschrijving:** Elk jaar hetzelfde bedrag zoals het voorbeeld hierboven.

- **Voordelen:** Wordt aanvaard door de fiscus en is eenvoudig te berekenen.
- **Nadelen:** Je schrijft altijd een vast bedrag af, ongeacht het gebruik of de waarde van het actief.

**Degressieve afschrijving:** Meer afschrijven in het begin en minder later.

- **Voordelen:** Je gaat meer afschrijven in het begin waardoor je minder belasting betaald.
- **Nadelen:** Soms niet aanvaard door de fiscus.

**Vertraagde afschrijving:** Minder afschrijven in het begin en meer later.

- **Voordelen:** De fiscus gaat dit altijd aanvaarden.
- **Nadelen:** Het is fiscaal niet interestand omdat je in het begin meer belasting betaald.

**Reele waarde afschrijving:** Hoe gaat afschrijven afhankelijk van het gebruik Hoeveel heb je een vrachtwagen gebruikt?

- **Voordelen:** Je schrijft af afhankelijk van het gebruik.

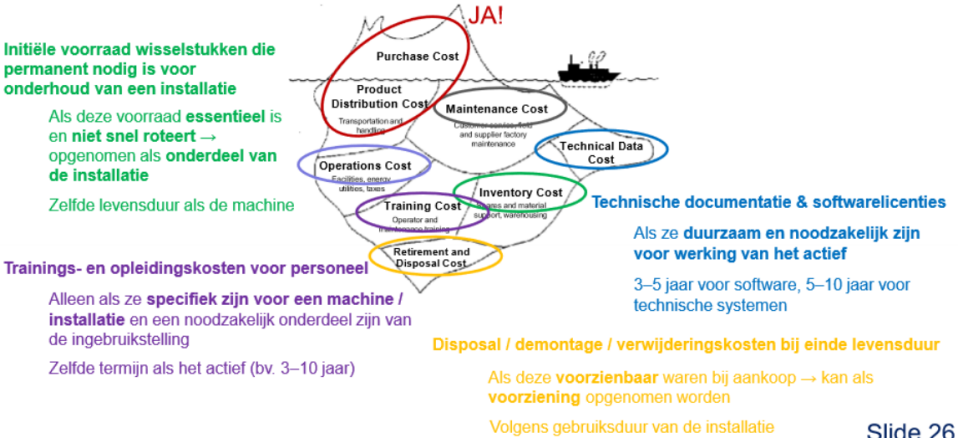
- **Nadelen:** Moeilijk te berekenen maar klopt met de realiteit.

In het begin meer afschrijven is fiscaal voordeliger omdat je dan minder belasting betaald maar de fiscus laat dit niet altijd toe.

**EXAMENTIP:** *Zorg dat je weet wat afschrijvingen zijn en de verschillende soorten afschrijvingen kent en de Voordelen en Nadelen ervan.*

## 4.4 Wat mag je nu afschrijven?

In de slides staat er een ijsberg met wat je mag afschrijven. Hoe dieper hoe langer het duurt om af te schrijven. Je mag dingen afschrijven als ze economisch nuttig zijn en tot de activa (dingen die in het bezit van het bedrijf behoren). Je mag bijvoorbeeld geen computer afschrijven als ze niet voor het bedrijf gebruikt wordt. Onderhoud, operationele kosten, aankoopkosten mag je allemaal afschrijven.




Figuur 12: Wat mag je afschrijven volgens de fiscus

## 4.5 Samengestelde interest, actualisatie, en annuïteiten

**Compound interest** Interest die wordt verdiend op zowel het oorspronkelijke bedrag als op de eerder verdiende interest. Je krijgt dus een "rente op renteëffect. Dit leidt tot exponentiële groei van investeringen over tijd.

**Opportunity cost** De potentiële opbrengst die je misloopt door te kiezen voor een bepaalde investering in plaats van de beste alternatieve investering. Deze is te berekenen met de formule van inflatie, maar dan met een positief rentepercentage.

## 4.6 Actualisatie en annuïteiten

Hoe kunnen we nu weten wat de waarde is van toekomstige cashflows in het heden? Of als we iets afbetalen in termijnen, wat is dan de waarde van die betalingen nu?

Laten we eerst een simpel voorbeeld bekijken.

**Formule toekomstige waarde:**

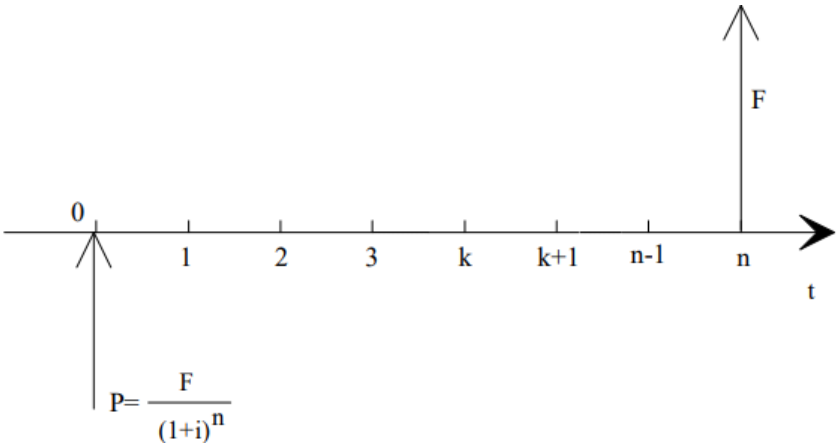
$$P = F/(1+i)^n$$

*met $P$ de huidige waarde, $F$ de toekomstige waarde, $i$ de rentevoet, en $n$ de hoeveelheid periodes.*

Stel ik wil over 5 jaar 1000 euro ontvangen. De rentevoet is 5%. Wat moet ik investeren nu om dat bedrag te krijgen?

$$P = 1000/(1+0.05)^5 = 783.53 euro$$

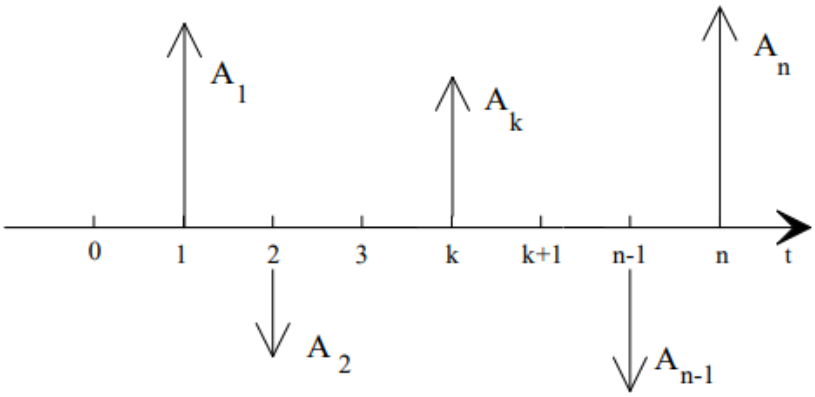
Dus als ik nu 783.53 euro investeer tegen 5% rente, dan heb ik over 5 jaar 1000 euro.




Figuur 13: Toekomstige waarde van een investering

Dit is natuurlijk simpel. Het gaat over 1 bedrag in de toekomst. Wat als we nu een reeks van bedragen hebben?

**Actualisatie** is het proces van het omzetten van toekomstige cashflows naar hun huidige waarde. Je hebt dus meerdere bedragen die je in de toekomst ontvangt of betaalt.




Figuur 14: Actualisatie van toekomstige cashflows

De formule voor actualisatie is:

**Formule actualisatie:**

$$P = \frac{A_1}{(1+i)^1} + \frac{A_2}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{A_n}{(1+i)^n} = \sum_{k=1}^{n} \frac{A_n}{(1+i)^k}$$

*met $P$ de huidige waarde, $A_n$ de cashflow in periode $n$, $i$ de rentevoet, en $n$ de hoeveelheid periodes.*

Laten we een voorbeeld bekijken. Stel je hebt de volgende cashflows over 3 jaar:

- Jaar 1: 1000 euro
- Jaar 2: 1500 euro
- Jaar 3: 2000 euro
- Rentevoet i = 5%

De huidige waarde van deze cashflows is:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1000}{(1+0.05)^1} + \frac{1500}{(1+0.05)^2} + \frac{2000}{(1+0.05)^3} \\ &= \frac{1000}{1.05} + \frac{1500}{1.1025} + \frac{2000}{1.157625} \\ &\approx 952.38 + 1360.54 + 1728.99 = 4041.91 \text{ €} \end{aligned}$$

Dit zijn alleen cashflows die je ontvangt. Wat als je een lening hebt die je moet afbetalen in termijnen? Dit noemen we een annuïteit.

**Annuïteit** is een reeks gelijke betalingen die op regelmatige tijdstippen worden gedaan. Als je een lening aangaat bij de bank, dan betaal je meestal in maandelijkse termijnen. Je terugbetaling A is dan constant. Hoe bereken je die A?

De formule voor de huidige waarde van een annuïteit is:

**Formule annuïteit:**

$$P = A \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(1+i)^k} = A \left( \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \right) = A \times a_n$$

*met $P$ de huidige waarde, $A$ de annuïteit (termijnbetaling), $i$ de rentevoet, $a_n$ de annuïteitsfactor, en $n$ de hoeveelheid periodes.*

Laten we een voorbeeld bekijken. Stel je leent 500 euro bij de bank tegen een rentevoet van 10% per jaar. Je wilt dit terugbetalen in 10 jaarlijkse termijnen. Wat is de jaarlijkse betaling A? Weet dat A hoger zal zijn want je moet ook rente betalen.

$$500 = A \left( \frac{1-(1+0.10)^{-10}}{0.10} \right)$$

$$500 = A \left( \frac{1-(1.10)^{-10}}{0.10} \right) = A \left( \frac{1-0.38554}{0.10} \right) = A \left( \frac{0.61446}{0.10} \right) = A \times 6.1446 A = \frac{500}{6.1446} \approx 81.34 \text{ €}$$

6.1446 is de **annuïteitsfactor**, je kunt deze berekenen of je zoekt ze in een tabel. Je zoekt dan 10 jaar en 10% op. Dus je moet elk jaar 81.34 euro betalen om de lening van 500 euro terug te betalen in 10 jaar.

Laten we dit opstelling in een tabel zodat je duidelijk ziet wat je afbetaald elke jaar.

Tabel 3: Afbetalingsschema van de lening

| Periode | Beginbalans (€) | Rente (10%) | Betaling (€) | Aflossing (€) | Eindbalans (€) |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | €500.00 | €500 * 0.10 = €50.00 | €81.34 | €31.34 | €468.66 |
| 2 | €468.66 | €46.87 | €81.34 | €34.47 | €434.19 |
| 3 | €434.19 | €43.42 | €81.34 | €37.92 | €396.27 |
| 4 | €396.27 | €39.63 | €81.34 | €41.71 | €354.56 |
| 5 | €354.56 | €35.46 | €81.34 | €45.88 | €308.68 |
| 6 | €308.68 | €30.87 | €81.34 | €50.47 | €258.21 |
| 7 | €258.21 | €25.82 | €81.34 | €55.52 | €202.69 |
| 8 | €202.69 | €20.27 | €81.34 | €61.07 | €141.62 |
| 9 | €141.62 | €14.16 | €81.34 | €67.18 | €74.44 |
| 10 | €74.44 | €7.44 | €81.88 | €74.44 | €0.00 |

Opmerking: vaste periodieke betaling berekend als A ≈ €81.34; de laatste betaling is hier licht aangepast (€81.88) om afrondingsverschillen volledig uit te wissen.

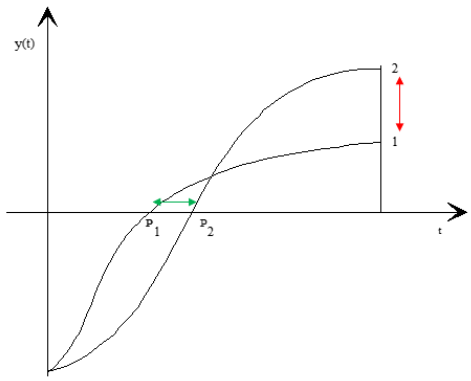
Je betaald dus langzaam minder interest omdat je schuld afneemt.

## 4.7 Investeringsevaluatie methodes

Hoe weten we nu of een investering goed is of niet? Deze formules geven ons een manier om dat te bepalen. We gaan hier twee methodes bekijken.

### 4.7.1 Payback-methode

De payback-methode kijkt naar hoe snel je je investering terugverdient. Dit is een simpele methode die niet kijkt naar de tijdswaarde van geld. Je berekent gewoon hoeveel tijd het duurt om je initiële investering terug te krijgen. Het is mogelijk dat je hierdoor winst mist omdat je niet kijkt naar de cashflows na de payback-periode.




**Payback-periode illustratie**

- **Voordelen:** Eenvoudig te begrijpen en toe te passen. Handig voor snelle beslissingen.
- **Nadelen:** Negeert de tijdswaarde van geld en cashflows na de payback-periode.
- **Toepassing:** Geschikt voor kleine investeringen of wanneer liquiditeit belangrijk is.

### 4.7.2 Discounted cashflow

De discounted cashflow (DCF) methode houdt rekening met de tijdswaarde van geld. Als het over lange termijn investeringen gaat, is dit de beste methode.

**Formule Huidige Waarde (HW):**

$$HW = \sum_{k=0}^{n} \frac{R_k - E_k}{(1+i)^k} = \sum_{k=0}^{n} \frac{CF_k}{(1+i)^k}$$

*met $HW$ de huidige waarde, $R_k$ de inkomsten in periode $k$, $E_k$ de uitgaven in periode $k$, $i$ de discontovoet, $CF_k$ de cashflow in periode $k$, en $n$ de hoeveelheid periodes.*

De netto huidige waarde (NHW) is dan:

**Formule Netto Huidige Waarde (NHW):**

$$NHW = HW - I_0 = \sum_{k=0}^{n} \frac{CF_k}{(1+i)^k} - I_0$$

*met $NHW$ de netto huidige waarde, $HW$ de huidige waarde, $I_0$ de initiële investering, $CF_k$ de cashflow in periode $k$, $i$ de discontovoet, en $n$ de hoeveelheid periodes.*

Als NHW $> 0$, is de investering rendabel.

Met dit kunen we de Profitability Index (PI) berekenen:

**Formule Profitability Index (PI):**

$$PI_2 = \frac{NHW}{I_0} => PI_1 = \frac{HW}{I_0} => PI_2 = PI_1 - 1$$

*met $PI$ de profitability index, $NHW$ de netto huidige waarde, $HW$ de huidige waarde, $I_0$ de initiële investering.*

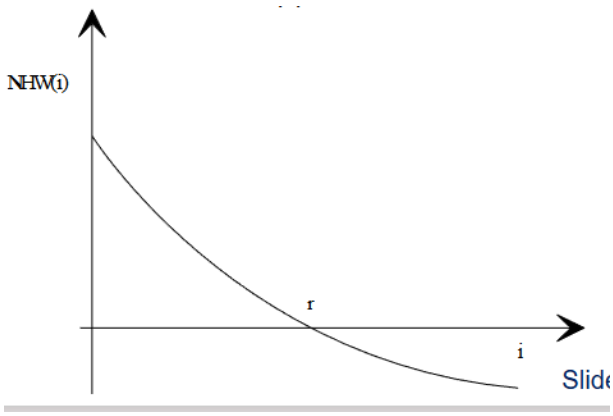
Je hebt dus gewoon een factor om te zien hoe goed de investering is. Als $PI_2 > 0$, is de investering goed.

Als laatste hebben we de Internal Rate of Return (IRR). In de formule 4.7.2 van NHW, stel je NHW $= 0$. Je lost dan op voor i. Dit is de IRR. Dit toont hoeveel rendement je krijgt op je investering.

**Formule Internal Rate of Return (IRR):**

$$0 = \sum_{k=0}^{n} \frac{CF_k}{(1+IRR)^k} - I_0$$

*met $IRR$ de internal rate of return, $CF_k$ de cashflow in periode $k$, $I_0$ de initiële investering, en $n$ de hoeveelheid periodes.*




Figuur 15: Grafische weergave van de IRR (snijpunt met de x-as)

**EXAMENTIP:** *De formules zijn gegeven maar weet wat ze betekenen en hoe je ze gebruikt. Zorg ook dat je de voordelen en nadelen van de twee methodes kent. Je hebt twee methodes: Payback en Discounted Cashflow. Payback is simpel maar kijkt niet naar de tijdswaarde van geld. Discounted Cashflow is complexer maar geeft een beter beeld van de investering over tijd.*

### IRR Berekening

**Opgave:** Je bedrijf overweegt een investering van €50.000. De cashflows voor de komende 4 jaar zijn respectievelijk:

- Jaar 0: -€50.000 (initiële investering)
- Jaar 1: €15.000
- Jaar 2: €18.000
- Jaar 3: €16.000
- Jaar 4: €14.000

**Bepaal de IRR van deze investering.**

**Oplossing:**
We gebruiken de IRR-formule:

$$0 = -50.000 + \frac{15.000}{(1+IRR)^1} + \frac{18.000}{(1+IRR)^2} + \frac{16.000}{(1+IRR)^3} + \frac{14.000}{(1+IRR)^4}$$

Dit is een niet-lineaire vergelijking die we niet analytisch kunnen oplossen. We gebruiken **iteratie** of een **financiële calculator**:

- Bij $IRR = 0\%$: NHW $= 15.000 + 18.000 + 16.000 + 14.000 - 50.000 = 13.000$ (positief, €13.000)
- Bij $IRR = 10\%$: NHW $= \frac{15.000}{1{,}10} + \frac{18.000}{1{,}21} + \frac{16.000}{1{,}331} + \frac{14.000}{1{,}4641} - 50.000 \approx 2.067$ (positief, €2.067)
- Bij $IRR = 15\%$: NHW $\approx -1.500$ (negatief, €1.500)

De IRR ligt tussen 10% en 15%. Met nauwkeurigere berekening: **IRR ≈ 11,8%**
**Conclusie:** De investering levert ongeveer 11,8% rendement op. Als dit hoger is dan de geëiste rentabiliteit (hurdle rate), accepteer je de investering.

**Oefening: Discounted Cashflow — HW, NHW, IRR, PI**

Gegeven: initiële investering $I_0 = €5.000$. Verwachte cashflows:

$$CF_1 = €1.500, \quad CF_2 = €2.000, \quad CF_3 = €2.500.$$

Discontovoet $i = 8\%$.

**1. Huidige Waarde (HW)**

$HW = \sum_{k=1}^{n} \frac{CF_k}{(1+i)^k}$ Berekening:

$$\begin{aligned} HW &= \frac{1500}{1{,}08} + \frac{2000}{1{,}08^2} + \frac{2500}{1{,}08^3} \\ &\approx 1388{,}89 + 1715{,}98 + 1986{,}77 = \mathbf{5091{,}64}\ €. \end{aligned}$$

**2. Netto Huidige Waarde (NHW)**

$NHW = HW - I_0$

$$NHW = 5091{,}64 - 5000 = \mathbf{91{,}64}\ € \quad (>0 \Rightarrow \text{rendabel bij } 8\%).$$

**3. Profitability Index (PI)**

$PI = \frac{HW}{I_0}$

$$PI = \frac{5091{,}64}{5000} \approx \mathbf{1{,}0183}.$$

**4. Internal Rate of Return (IRR)**

IRR is de koers $r$ waarvoor

$$0 = \left( \sum_{k=1}^{3} \frac{CF_k}{(1+r)^k} \right) - I_0.$$

We zoeken r door iteratie. NPV bij $r = 8\%$ is $+91{,}64$, bij $r = 9\%$ is ongeveer $-9{,}99$. Lineaire interpolatie geeft:

$$r \approx 0{,}08 + \frac{0 - 91{,}64}{-9{,}99 - 91{,}64} \times (0{,}09 - 0{,}08) \approx \mathbf{8{,}90}\%.$$

**Conclusie:** HW = €5091,64, NHW = €91,64 (>0), PI ≈ 1,018, IRR ≈ 8,90%. Project is rendabel bij discontovoet 8%.

**EXAMENTIP:** *Een vraag kan zijn: Hoe voer je een 'Investeringsanalyse' uit? Leg uit aan de hand van een schema. Je legt uit welke waarden je allemaal nodig hebt en hoe je die berekent (cashflow, intrest, investeringperiode, het investeringsbedrag, etc). Daarna leg je uit welke methodes er zijn (NHW, IRR ...) en hoe je die berekent. Leg dan wanneer het een goede of slechte investering is voor welke voorwaarden.*

**EXAMENTIP:** *Stel je wilt een investering gaan analyseren die een 'effect' zou hebben over een periode van 10 jaar. Welke beoordelingscriteria zou je gaan gebruiken, en waarom? Motiveer duidelijk je antwoord. Je gaat zoiezo discounted cashflow gebruiken omdat je met een periode van 10 jaar werkt. Voor kleinere investeringen kan je payback gebruiken.*

**EXAMENTIP:** *Investeringen en subsidies. Hoe kunnen subsidies bepalend zijn bij een investeringsevaluatie? Leg uit Als je investing gesubsideerd wordt, dan verlaagt dit het initiële investeringsbedrag.* $I_0$. *Bij de formule van NHW en IRR heeft dit een positief effect op de uitkomst.*

# 5 Module 4: Kostprijs calculatie

Dit deel gaat over kostprijs calculatie. Je gaat dus berekenen wat de kost is van een product. Dit is niet hetzelfde als de prijszetting. Hierbij bekijk je puur wat het kost om een product te maken. We willen dus weten wat de kost is van grondstoffen, arbeid, overhead, etc. Daarna kan je met deze factoren de prijs bepalen.

We nemen een pizzeria als voorbeeld. Die hebben kosten aan ingrediënten, De kok, huur, elektriciteit , mangement etc.

## 5.1 Kostprijs elementen

| Kostentype | Variabele Kosten | Vaste Kosten |
|---|---|---|
| **Directe Kosten** | Grondstof per eenheid<br>Arbeid per eenheid<br>Directe materiaal | Vaste arbeid<br>Gespecialiseerde machines<br>Licenties specifiek product |
| **Indirecte Kosten** | Energie voor productie<br>Distributie per eenheid<br>Verpakking per eenheid | Administratie<br>Huur fabriek<br>Verzekeringen<br>Onderhoud machines |

Tabel 4: Kostenmatrix: Categorisering naar Directheid en Variabiliteit

**Kostprijs elementen**

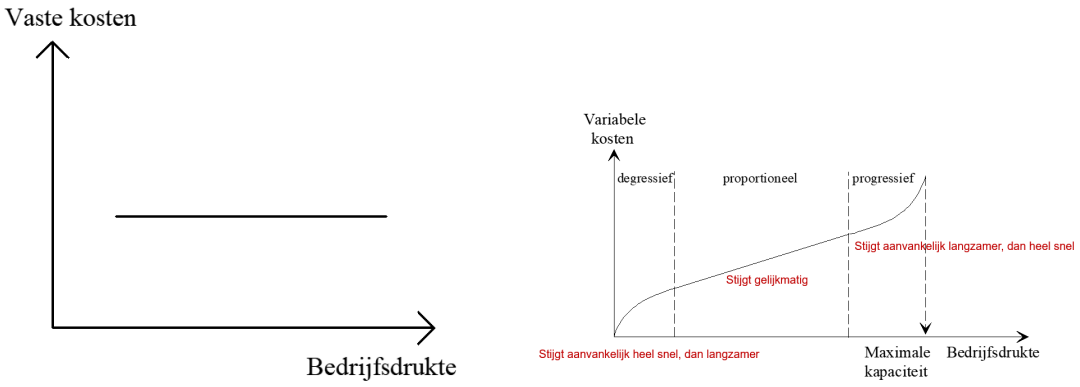
- **Variabele kosten:** Veranderen met de hoeveelheid geproduceerde eenheden. ingrediënten per pizza.
- **Vaste kosten:** Blijven hetzelfde onafhankelijk van de productie. (bijv. huur, salarissen administratie).
- **Directe kosten:** Rechtstreeks toewijsbaar aan een product of dienst. (Deeg per pizza).
- **Indirecte kosten:** Kosten zoals het gebouw, huur, elektriciteit. (Elektriciteit van de pizzeria).

Deze kosten zijn niet altijd op een product of dienst gezet maar ze zijn wel een deel van de kostprijs.

Voorbeelden: Het deeg is een variable directe kost. Ze zijn gelinkt aan het product en veranderen met de productie. De huur is een vaste indirecte kost. Ze zijn niet gelinkt aan een product en veranderen niet met de productie. Elektriciteit is een variable indirecte kost. Ze zijn niet gelinkt aan een product maar veranderen wel met de productie. De kok is een vaste directe kost. Ze zijn gelinkt aan het product maar veranderen niet met de productie.

Vaste kosten zijn dus een recht lijn op een grafiek of zal stapgewijs omhoog gaan. Variable kosten

zijn een stijgende lijn.




Figuur 16: Vaste en Variable kosten grafiek

- **Degressief:** In de het begin gaan de prijzen snel omhoog omdat sommige dingen zoals bijvoorbeeld de oven veel kosten om te draaien.
- **Proportioneel:** De kosten stijgen recht evenredig met de productie.
- **Progressief:** Vanaf een punt ga je teveel produceren. Je oven en kok moeten bijvoorbeeld overuren draaien waardoor je meer moet betalen of je meer onderhoud moet doen. Je gaat dus meer betalen per extra eenheid.

=> Er is dus een optimaal punt waar je de laagste kostprijs hebt.

**EXAMENTIP:** *Deze grafieken moeten kunnen tekenen en uitleggen wat ze betekenen.*

### 5.1.1 Fifo en Lifo

> Hoe kun je nu de waarde van je voorraad bepalen? Er zijn twee methodes: FIFO en LIFO:
> **FIFO** is First In First Out. **LIFO** is Last In First Out.

Stel je hebt 100 eenheden gekocht voor 10 euro per stuk en 50 voor 12 euro per stuk. Dan heb je 1000 euro uitgegeven. Je verkoopt er 60.

**FIFO:** Je verkoopt de eerste 60 eenheden die je gekocht hebt. Dus 60 * 10 = 600 euro. Je hebt dan nog 40 eenheden over van 10 euro per stuk en 50 eenheden van 12 euro per stuk.

**LIFO:** Je verkoopt de laatste 60 eenheden die je gekocht hebt. Dus 50 * 12 = 720 euro + 10 * 10 = 100 euro => 820 euro. Je hebt dan nog 40 eenheden over van 10 euro per stuk.

### 5.1.2 Primitieve Toeslag methodes

**Primitieve toeslagmethode:** Je neemt je indirect kosten en verdeelt die over je producten.

**Directe kosten, indirect kosten en toeslagmethode**

De ingredienten kosten 5000 euro. De cola's kosten 5000 euro. De kok kost 3000 euro. De ober kost 2000 euro.

We verkopen 1000 pizza's. We verkopen 2000 cola's

Direct variable kost per pizza = 5000/1000 = 5 euro. Direct variable kost per cola = 5000/2000 = 2.5 euro.

De kok is een arbeidskost. Dit is een vaste directe kost. De kok kost 3000/1000 = 3 euro per pizza. De ober kost 2000/2000 = 1 euro per cola.

**Tabel 1: Directe Kosten**

| **Kostentype** | **Pizza P** | **Cola C** |
|---|---|---|
| Ingrediënten (per eenheid) | €5,00 | €2,50 |
| Arbeid (per eenheid) | €3,00 | €1,00 |
| **Totale directe kost** | **€8,00** | **€3,50** |

Tabel 5: Directe Kosten per Product

**Indirecte kosten** Er zijn indirect kosten van 2000 euro. Hoe gaan we die nu toewijzen want sommige producten zijn duurder dan andere.

Dit noemt **toeslag**.

$Toeslag = \frac{IndirecteKosten}{DirecteKosten}$

**Tabel 2: Toeslag op basis van ALLE directe kosten**

Toeslag alle directe kosten = $\frac{€2000}{€15000}$ = 13.33%

| **Kostentype** | **Pizza P** | **Cola C** |
|---|---|---|
| Directe kosten ingrediënten | €5,00 | €2,50 |
| Direct kosten arbeid | €3,00 | €1,00 |
| Toeslag (13.33%) | €1,07 | €0,47 |
| **Totale kostprijs** | **€9,07** | **€3,97** |

*Tabel: Kostprijs met Toeslag op Alle Directe Kosten*

**Tabel 3: Toeslag op basis van INGREDIËNTEN**

Toeslag ingredienten = $\frac{€2000}{€10000}$ = 20%

| **Kostentype** | **Pizza P** | **Cola C** |
|---|---|---|
| Ingrediënten | €5,00 | €2,50 |
| Toeslag ingrediënten | €1,00 | €0,50 |
| Arbeid | €3,00 | €1,00 |
| **Totale kostprijs** | **€9,00** | **€4,00** |

Tabel 6: Kostprijs met Toeslag op Ingrediënten

**Tabel 4: Toeslag op basis van ARBEID**

Toeslag arbeid = $\frac{€2000}{€5000}$ = 40%

| **Kostentype** | **Pizza P** | **Cola C** |
|---|---|---|
| Ingrediënten | €5,00 | €2,50 |
| Arbeid | €3,00 | €1,00 |
| Toeslag arbeid | €1,20 | €0,40 |
| **Totale kostprijs** | **€9,20** | **€2,40** |

Tabel 7: Kostprijs met Toeslag op Arbeid

### 5.1.3 Verfijnde toeslagmethode

Hierbij ga je de verdeelsleutels verfijnen. Je indirecte kosten ga je meer opdelen in verschillende kostenplaatsen. Je indirect ingredienten, indirect arbeid, indirect machine gebruik etc. Je gaat dus verschillende toeslagen gebruiken voor verschillende kostenplaatsen.

Zie het boek of de slides voor een voorbeeld.

### 5.1.4 Kostenplaatsmethode

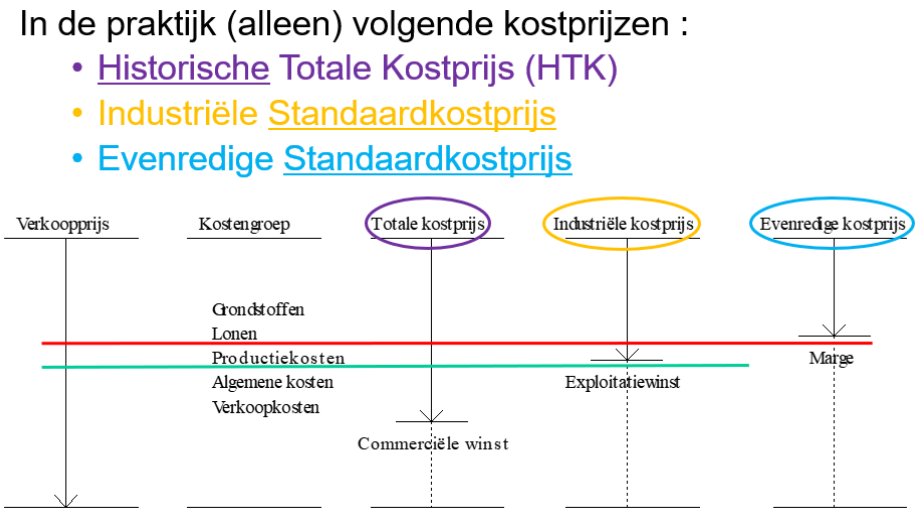
Hier ga je de indirecte kosten toewijzen aan verschillende kostenplaatsen. De huur van de pizzaria is 500 euro. Je deelt dan die 500 euro op in verschillende kostenplaatsen. De pizza keuken, de bar, de administratie etc. Je gaat dan per kostenplaats de indirecte kosten toewijzen.

Pizzakeuken is 60% van de oppervlakte. Bar is 30% van de oppervlakte. Administratie is 10% van de oppervlakte.
Dus de huur van de pizzakeuken is 500 * 0.6 = 300 euro. De huur van de bar is 500 * 0.3 = 150 euro. De huur van de administratie is 500 * 0.1 = 50 euro.

Je kunt nog meer verdelen zoals verzekering van de machines met de waarde van de machines. Of elektriciteit met het verbruik van de machines.

## 5.2 Kostprijsberekening methodes

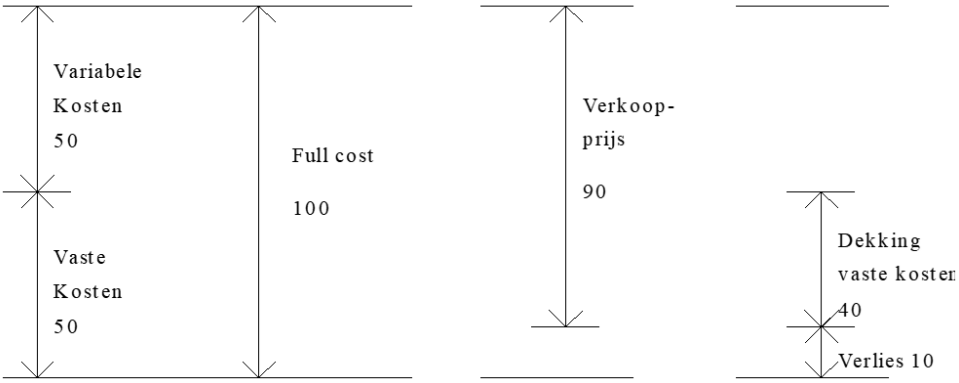
Je hebt meerdere methodes om de kostprijs te berekenen.




Figuur 17

**Klassieke kostprijsberekening:** Dit is de methode die we tot nu toe gebruikt hebben. Je verdeelt alle kosten over de producten.

**Historische kostprijsberekening:** Hierbij kijk je naar de kosten die je gemaakt hebt. Je kijkt dus naar de verleden tijd. Je kijkt naar de kosten van vorig jaar. Gevaar is dat je kosten veranderd zijn. Je moet soms verkopen met verlies zodat je nog een deel van de kosten dekt. De winst die je maakt noem je **Commerciële winst**.




Figuur 18: Dekking van kosten bij historische kostprijsberekening

**Industriële kostprijsberekening:** Hierbij kijk je naar de pizza industrie. De kosten worden verdeeld op basis van de productieprocessen. De pizza heeft een deeg proces, een beleg proces, een bak proces etc. Je gaat per proces de kosten toewijzen. Elk process verrijkt de pizza. Dit noemt **Exploitatiewinst**.

**Evenredige kostprijsberekening:** Dit is gewoon de grondstoffen en lonen. Het verschil met de verkoopprijs is de **Marge**.

**EXAMENTIP:** *Zorg dat je alle methodes kent en wat ze inhouden. Daarbij ook de voordelen en nadelen en de hoe de winst noemt. kijk naar de figuur 17*

- *Exploitatiewinst*
- *Commerciele winst*
- *Marge*

### 5.2.1 Break-Even Analyse

De break-even analyse bepaalt het punt waarop een bedrijf geen winst of verlies maakt. Dit is het moment waarop de **Totale Opbrengst (TO)** gelijk is aan de **Totale Kosten (TK)**.

**Kernbegrippen:**

**Dekkingsbijdrage** Dit is het verschil tussen de verkoopprijs en de variabele kosten ($P - VCK$). Dit bedrag per verkocht stuk draagt bij aan het dekken van de vaste kosten.

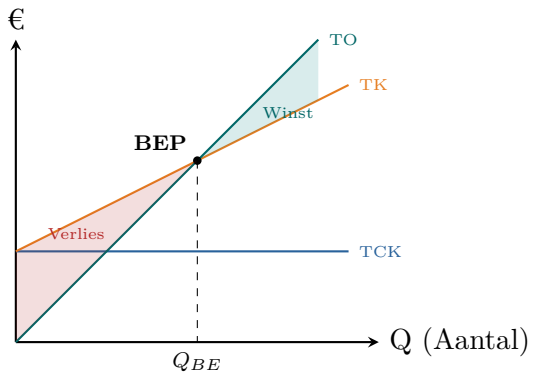
**Break-Even Afzet ($Q_{BE}$)** Het aantal stuks dat verkocht moet worden:

$$Q_{BE} = \frac{TCK}{P - VCK}$$

**Break-Even Omzet ($TO_{BE}$)** De omzet in euro's waarbij winst nul is:

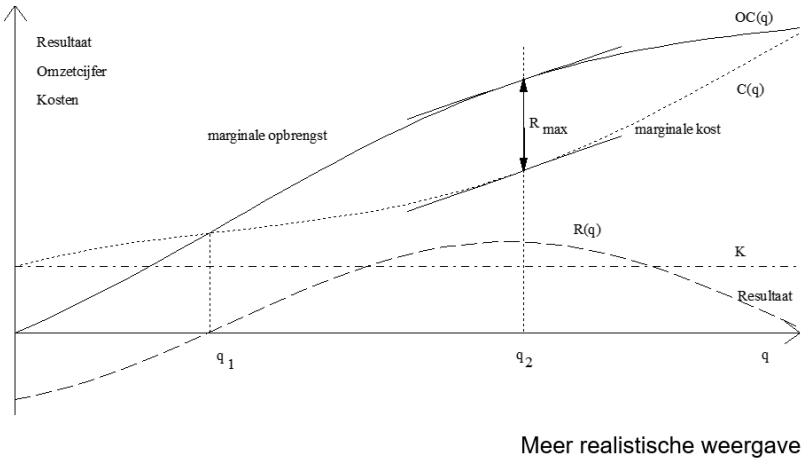
$$TO_{BE} = P \times Q_{BE}$$

**Veiligheidsmarge** Hoeveel de afzet mag dalen voordat er verlies wordt gemaakt (vaak uitgedrukt in % van de huidige afzet).




Figuur 19: Visualisatie van de Break-Even Analyse

In de realiteit zijn deze grafiekn niet lineair omdat de variable kosten kunnen veranderen met de productie 16. Je wilt dus rond q2 zitten want daar is het optimale tussen de productie en de kostprijs.




Figuur 20: Realistische Break-Even Analyse

Je gaat dan het verschil met de marginale kost en de marginale opbrengst bekijken en dan de winst maximaliseren.

**EXAMENTIP:** *Zorg dat je deze grafieken goed kunt uitleggen*

### 5.3 Activity Based Costing (ABC)

Al deze Kostprijsberekeningen geven je nu wel geen inzicht in wat de kost is van specifieke producten. Stel je hebt twee producten die andere processen hebben. In de vorige methodes zou je de kosten gelijk verdelen zonder enige inzicht in de kost per product. ABC ga je per product de kosten toewijzen. Dit is veel realistischer. Het is wel moeilijker te implementeren.

Bekijk de slides of het boek voor een voorbeeld van ABC.

### 5.4 Target based costing

Bij traditionele kostprijsberekening maak je je product en kijk je daarna wat de kost is. Bij target based costing ga je eerst kijken wat de marktprijs is. Je kijkt dus wat de klant wil betalen voor een product. Daarna ga je je product maken binnen die kostprijs. Dit is dus een omgekeerde manier van denken.

## 6 Module 5: Analyse van een jaarrekening

Een paar belangrijke termen om te kennen:

- Balans: Een momentopname van de financiële situatie van een bedrijf op een bepaald tijdstip. Dit is een foto van de activa en passiva.
- Resultatenrekening: Een overzicht van de inkomsten en uitgaven over een bepaalde periode. Dit is een video van de winst en verlies.
- Toelichting: wordt later besproken.
- Sociale balans: Een overzicht van de sociale aspecten van een bedrijf, zoals arbeidsomstandigheden en personeelsbeleid.

- Niet-financiële informatie: Informatie die niet direct in geld kan worden uitgedrukt, zoals milieubeleid en maatschappelijke verantwoordelijkheid.

Boekhouding heeft principes, je moet dezelfde kosten elk jaar op dezelfde manier boeken. Dit helpt om ratio's tussen de jaren te vergelijken.

**EXAMENTIP:** *Een vraag uit een examen kan zijn: Waarom worden 'Ratio-analyses' gebruikt binnen het Financieel Management? Wat zijn de beperkingen? Leg uit.*

Activa is wat een bedrijf bezit. Passiva is hoe dat gefinancierd is. Je zet passiva in (het doet niks het is passief) en zet het in op activa (het doet iets het is actief).

### 6.0.1 Activa (Wat bezit het bedrijf?)

- **Vaste activa:** Lange termijn investeringen
  - Gebouwen, machines, voertuigen
  - Immateriële activa (patenten, licenties)
- **Vlottende activa:** Korte termijn bezittingen
  - Voorraden (grondstoffen, halffabricaten, eindproducten)
  - Vorderingen (geld dat klanten nog schuldig zijn)
  - Bankrekening en contanten

### 6.0.2 Passiva (Waar komt het geld vandaan?)

- **Eigen Vermogen:** Geld van eigenaren/aandeelhouders
  - Inbreng van oprichters
  - Gerealiseerde winsten (ingehouden winst)
- **Vreemd Vermogen:** Geld van externe financiers
  - Langetermijnleningen (bank)
  - Korttermijnschulden (leveranciers, belastingen)

Figuur 21: Voorbeeld van een Balans

Hoe meer is liquidit is hoe makkelijker je eraan kunt komen. Lange termijnvorderingen zijn moeilijker om aan te komen als korte termijnvorderingen.

Hoe meer open openbaar het is hoe meer mensen er aan kunnen komen.

| ACTIVA | Toel. | Codes | Boekjaar | Vorig boekjaar |
|---|---|---|---|---|
| OPRICHTINGSKOSTEN | 6.1 | 20 | | |
| VASTE ACTIVA | | 21/28 | 6.045.366.616 | 6.349.418.087 |
| Immateriële vaste activa | 6.2 | 21 | 2.078.796.871 | 2.388.781.287 |
| Materiële vaste activa | 6.3 | 22/27 | 2.674.606.186 | 2.716.226.861 |
| Terreinen en gebouwen | | 22 | 102.009.779 | 111.013.223 |
| Installaties, machines en uitrusting | | 23 | 2.534.958.612 | 2.573.508.155 |
| Meubilair en rollend materieel | | 24 | 10.927.607 | 14.168.846 |
| Leasing en soortgelijke rechten | | 25 | 259.251 | 198.877 |
| Overige materiële vaste activa | | 26 | 14.550.937 | 17.337.760 |
| Activa in aanbouw en vooruitbetalingen | | 27 | 11.900.000 | |
| Financiële vaste activa | 6.4 / 6.5.1 | 28 | 1.291.963.559 | 1.244.409.939 |
| Verbonden ondernemingen | 6.15 | 280/1 | 1.285.742.999 | 1.238.111.531 |
| Deelnemingen | | 280 | 1.285.742.999 | 1.238.111.531 |
| Vorderingen | | 281 | | |
| Ondernemingen waarmee een deelnemingsverhouding bestaat | 6.15 | 282/3 | 3.925.493 | 3.925.594 |
| Deelnemingen | | 282 | 3.925.493 | 3.925.594 |
| Vorderingen | | 283 | | |
| Andere financiële vaste activa | | 284/8 | 2.295.067 | 2.372.814 |
| Aandelen | | 284 | | |
| Vorderingen en borgtochten in contanten | | 285/8 | 2.295.067 | 2.372.814 |

proximus

| | Toel. | Codes | Boekjaar | Vorig boekjaar |
|---|---|---|---|---|
| VLOTTENDE ACTIVA | | 29/58 | 1.187.339.523 | 1.425.566.670 |
| Vorderingen op meer dan één jaar | | 29 | 89.013.383 | 89.013.383 |
| Handelsvorderingen | | 290 | | |
| Overige vorderingen | | 291 | 89.013.383 | 89.013.383 |
| Voorraden en bestellingen in uitvoering | | 3 | 92.897.862 | 118.809.580 |
| Voorraden | | 30/36 | 77.149.075 | 97.136.523 |
| Grond- en hulpstoffen | | 30/31 | 27.414.507 | 34.068.812 |
| Goederen in bewerking | | 32 | | |
| Gereed product | | 33 | | |
| Handelsgoederen | | 34 | 49.734.568 | 63.067.711 |
| Onroerende goederen bestemd voor verkoop | | 35 | | |
| Vooruitbetalingen | | 36 | | |
| Bestellingen in uitvoering | | 37 | 15.748.787 | 21.673.057 |
| Vorderingen op ten hoogste één jaar | | 40/41 | 478.373.433 | 573.068.008 |
| Handelsvorderingen | | 40 | 352.356.753 | 429.492.850 |
| Overige vorderingen | | 41 | 126.016.680 | 143.575.158 |
| Geldbeleggingen | 6.5.1 / 6.6 | 50/53 | 357.919.416 | 398.631.626 |
| Eigen aandelen | | 50 | 248.582.117 | 383.947.044 |
| Overige beleggingen | | 51/53 | 109.337.299 | 14.684.582 |
| Liquide middelen | | 54/58 | 114.010.043 | 183.259.831 |
| Overlopende rekeningen | 6.6 | 490/1 | 55.125.386 | 62.784.242 |
| TOTAAL VAN DE ACTIVA | | 20/58 | 7.232.706.139 | 7.774.984.757 |

Figuur 22: Voorbeeld van een jaarrekening van Proximus

## 6.1 De balans

De balans is een **momentopname** van de financiële positie van een bedrijf op een specifiek moment (meestal aan het einde van een jaar).

**Balansformule:**

$$\textbf{Activa} = \textbf{Passiva}$$

Dit betekent: Wat een bedrijf bezit (activa) is gelijk aan waar het geld vandaan komt (passiva).

**Voorbeeld transacties:**

- **Je neemt een lening van €10.000:** Bankrekening (activa) +€10.000 / Schuld (passiva) +€10.000
- **Je koopt een machine voor €5.000:** Machine (activa) +€5.000 / Bankrekening (activa) -€5.000 (balans blijft gelijk)
- **Je maakt €2.000 winst:** Bankrekening (activa) +€2.000 / Eigen vermogen (passiva) +€2.000

## 6.2 Resultatenrekening

De resultatenrekening is een film. Je neemt op tussen twee periodes. Meestal een jaar. Je kijkt naar alle inkomsten en uitgaven tussendoor en je bekijkt het verschil. Je **startkapitaal** maakt dan winst of verlies.

De resultaat rekening wordt opgedeeld in 3 delen:

- **Bedrijfsresultaat:** Dit is de winst of verlies uit de kernactiviteiten van het bedrijf.
- **Financieel resultaat:** Dit omvat rente-inkomsten en -kosten, evenals andere financiële opbrengsten en lasten.

- **Uitzonderlijk resultaat:** Dit zijn eenmalige gebeurtenissen zoals een ongeluk of brand die elk jaar gebeuren.

Als je wilt kijken naar hoe het bedrijf het doet. Kijk je naar het **Bedrijfsresultaat**.

**Toelichting** Toelichtingen zijn extra notities bij de balans en resultatenrekening. Ze geven meer details over specifieke posten, zoals waarderingsmethoden, risico's, en andere relevante informatie die niet direct in de cijfers zichtbaar is. Bijvoorbeeld een grondstof contract die een bedrijf elke 4 jaar betaald.

**Types jaarrekeningen:** Jaarrekeningen zijn verplicht voor bedrijven en organisaties om hun financiële prestaties en positie te rapporteren.

- enkelvoudige jaarrekening: Dit is voor kleine bedrijven.
- geconsolideerde jaarrekening: Dit is voor grote bedrijven met meerdere dochterondernemingen.

Elk land heeft een eigen standaard voor jaarrekeningen. De BE GAAP is de Belgische standaard. Internationaal is er IFRS (International Financial Reporting Standards).

Grootste verschillen tussen Belgische GAAP and IFRS

| | BE GAAP | versus | IFRS |
|---|---|---|---|
| - Drijver | Fiscaal | <-> | Economisch |
| - Lay out | Vast | <-> | Niet standaard |
| - Overzicht van kasstromen | N/A | <-> | Verplicht |
| - Overzicht van het eigen vermogen | N/A | <-> | Verplicht |
| - Segmentrapportering | N/A | <-> | Verplicht |
| - Toelichtingen | Beperkt | <-> | Uitgebreid |
| - Presentatie resultatenrekening | Naar aard | <-> | Naar bestemming |

Figuur 23: Structuur van een jaarrekening

**Jaarverslag**: Een verslag over de onderneming met commentaar over de jaarrekening. Risico, continuiteit, toekomstplannen etc. Als een bedrijf op de beurs staat moet die nog een beursgenoteerde ondermingverslag maken. Dit heeft nog meer informatie, meer niet-financiële informatie.

**Commissarisverslag**: Als een auditor gaat zijn opinie geven over de jaarrekening. Ze controlleren de jaarrekening of dit weldegelijk klopt met het bedrijft. Bedrijven kunnen liegen waarbij ze inkomsten gaan vergroten of kosten verlagen. De auditor gaat dit controleren en een verslag maken. Dat is de **commissarisverslag**.

## 6.3 Analyse van de jaarrekening

Jaarrekeningen worden opgesteld volgens de boekhoudkundige principes zoals eerder vermeld. Een bedrijf wordt nooit verkockt aan de boekhoudende waarde. Meestal zijn dit veel hogere waarden.

Dit komt omdat bedrijven verkocht worden op basis van hun winstgevendheid en groeipotentieel,

opinie en reputatie... Een jaarrekening geef alleen zicht op het verleden
Om de jaarrekeningen te analyseren ga je een financiële analyse doen.

Types van financiele analyse:

**Horizontale analyse:** Vergelijkt cijfers over meerdere jaren om trends te identificeren.

**Verticale analyse:** Analyseert de verhouding van elk item ten opzichte van een basispost binnen hetzelfde jaar.

**Ratio-analyse:** Berekenen van financiële ratio's om de prestaties en gezondheid van het bedrijf te beoordelen.

Er zijn er meer maar in de cursus zien we deze drie

Een ratio opzich heeft geen waarde. Je moet zien waar je de ratio mee vergelijkt.

## 6.4 Horizontale analyse

Je maakt een vergelijking van twee periodes. Je kunt dit doen in percentages (groei van omzet) of in absolute waarden (verschil in winst).

**Voorbeeld: Horizontale analyse van balansposten**

| **Balanspost** | **Jaar 1** | **Jaar 2** | **Absolute Wijziging** | **Percentage %** |
|---|---|---|---|---|
| Vaste activa | €100.000 | €120.000 | +€20.000 | +20% |
| Voorraden | €50.000 | €55.000 | +€5.000 | +10% |
| Vorderingen | €30.000 | €42.000 | +€12.000 | +40% |
| Bankrekening | €20.000 | €18.000 | -€2.000 | -10% |
| **TOTAAL ACTIVA** | **€200.000** | **€235.000** | **+€35.000** | **+17.5%** |

Tabel 8: Voorbeeld Horizontale Analyse

**Formules:**

- **Absolute wijziging:** Jaar 2 - Jaar 1
- **Percentage wijziging:** $\frac{\text{Jaar 2} - \text{Jaar 1}}{\text{Jaar 1}} \times 100\%$

**Interpretatie:**

- Vaste activa zijn met 20% gestegen → bedrijf investeert in uitbreiding
- Vorderingen zijn met 40% gestegen → klanten betalen trager (voorzichtig zijn!)
- Bankrekening daalt → contante middelen nemen af (liquiditeit risico)
- Totale activa groeit met 17.5% → bedrijf groeit

## 6.5 Verticale analyse

Je gaat verschillende delen opdelen in zijn verschillende delen zoals de activa, de passiva, de omzet...

| Totale activa = 100% | | Totale passiva = 100% | |
|---|---|---|---|
| Materiële vaste activa | 48% | Kapitaal en reserves | 23% |
| Financiële vaste activa | 8% | Voorzieningen | 6% |
| Voorraden | 25% | Lange termijnschulden | 18% |
| Korte termijnvorderingen | 7% | Korte termijnschulden | 53% |
| Liquide middelen | 12% | | |

| Resultatenrekening | |
|---|---|
| Omzet | 100% |
| Productiekosten | -70% |
| *Bruto-marge* | *30%* |
| Personeelskosten | -7% |
| Overige kosten | -12% |
| *Resultaat voor belastingen* | *11%* |
| Belastingen | -3% |
| *Netto resultaat* | *8%* |

Figuur 24: Voorbeeld van een verticale analyse

Je kunt dan deze analyses combineren

| Jaar eindigend op 31/12 | 2011 | 2010 | 2009 | 2008 | 2007 | 2006 | 2005 | 2004 | 2003 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Omzet | 508 | 463 | 400 | 351 | 303 | 272 | 254 | 214 | 202 |
| Aankopen | 244 | 223 | 196 | 195 | 174 | 159 | 151 | 132 | 125 |
| *Bruto marge* | *264* | *240* | *204* | *156* | *129* | *113* | *102* | *82* | *77* |
| **Bruto marge %** | **52** | **52** | **51** | **44** | **43** | **41** | **40** | **38** | **38** |
| Operationele kosten | 188 | 172 | 146 | 103 | 91 | 87 | 80 | 69 | 66 |
| *Operationele winst* | *76* | *68* | *58* | *53* | *37* | *26* | *23* | *13* | *11* |
| **Operationele winst %** | **15** | **15** | **15** | **15** | **13** | **9** | **9** | **6** | **5** |

- Omzet maal 2,5
- Bruto marge maal 3,4
- Operationele winst maal 7

Maar !
- Bruto marge (in %) lijkt zich te stabiliseren
- Operationele winst (in %) groeit al 4 jaar niet meer

Hoeveel groeimarge heeft dit bedrijf nog in de komende jaren ?
- Internationale expansie om de groei te blijven realiseren ?
- Diversificatie in de activiteiten om de marges terug te doen groeien ?

Figuur 25: Combinatie van horizontale en verticale analyse

## 6.6 Ratio-analyse

Door Ratio analyse te doen over meerdere jaarrekeningen kun je de gezondheid van een bedrijf beoordelen.

**Financiele ratio's:**
- **Liquiditeit:** Je gaat kijken naar je het geld. Hoeveel geld heeft het bedrijf.
- **Solvabiliteit:** Je gaat kijken naar de schulden. Hoeveel schulden heeft het bedrijf en de mogelijkheid om die terug te betalen.
- **Rotatie:** De efficiëntie van de activa.

**Liquiditeitsratio's:** Deze ratio toont hoe goed de korte termijn schulden kunnen worden betaald door korte termijn activa (Cash, kash door korte termijn vorderingen).

**liquiditeit current ratio:**

$$\frac{Kortetermijnactiva + Cash, voorrade}{Kortetermijnschulden}$$

*Als de ratio groter is dan 1 kan het bedrijf zijn korte termijn schulden betalen.*

De acid test neemt de voorraden niet mee. Het is dus een strengere test.

**liquiditeit acid test:**

$$\frac{Kortetermijnactiva + Cash}{Kortetermijnschulden}$$

*Als de ratio groter is dan 1 kan het bedrijf zijn korte termijn schulden betalen zonder voorraden te verkopen.*

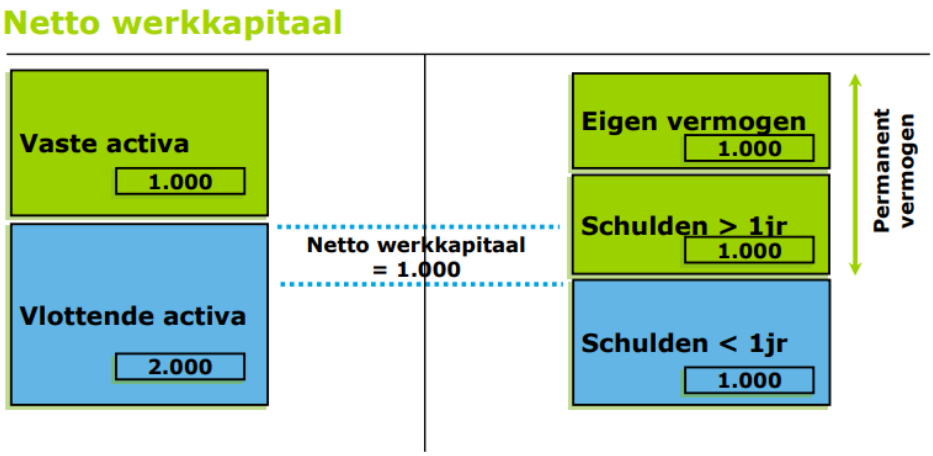
**Netto werkkapitaal:** Netto werkkapitaal is een andere manier om te zien of het liquide goed zit in een bedrijft.

**Netto werkkapitaal:**

$$Nettowerkkapitaal = Vlottendeactiva - Kortlopendeschulden$$

*Het netto werkkapitaal geeft aan hoeveel liquide middelen een bedrijf heeft om zijn dagelijkse activiteiten te financieren. Een positief netto werkkapitaal betekent dat het bedrijf voldoende middelen heeft om aan zijn kortlopende verplichtingen te voldoen, terwijl een negatief netto werkkapitaal kan wijzen op mogelijke liquiditeitsproblemen.*

**Vlottende activa:** Dit zijn activa die binnen een jaar in cash kunnen worden omgezet. Dit omvat kasgeld, voorraden, en vorderingen.
**Kortlopende schulden:** Dit zijn schulden die in minder dan een jaar moeten worden terugbetaald.



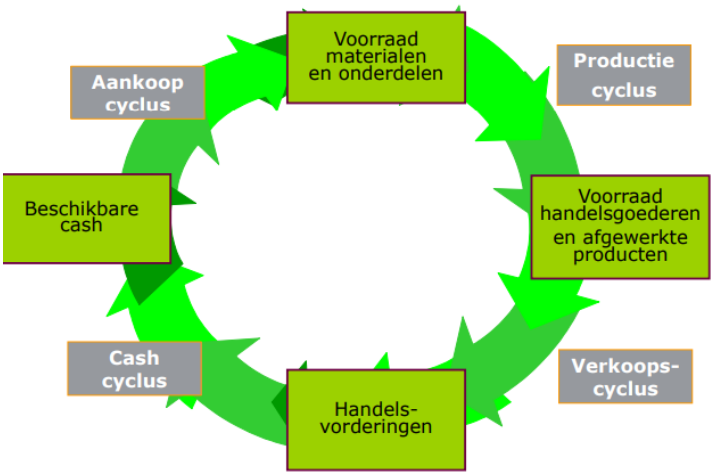

Figuur 26: Netto werkkapitaal illustratie

Een positief netto werkkapitaal is het eerste teken van een gezond bedrijf.

**Behoefte aan werkkapitaal**:
Dit is een cyclus. Je koopt grondstoffen -> je produceert -> je verkoopt producten -> je

krijgt geld van klanten. -> Je koopt weer grondstoffen.

Deze cyclus kan meerdere maanden duren omdat je niet direct grondstoffen kunt kopen, produceren en verkopen. Cash out is wanneer je grondstoffen koopt. Cash in is wanneer je geld krijgt van klanten.
Je moet dus genoeg Netto werkkapitaal hebben zodat je niet moet zitten wachten op klanten om geld te krijgen.
**Nettokapitaal > Behoefte aan werkkapitaal** Je kunt dan met het extra kapitaal investeren. Kaskortingen opnemen, vooruitbetalen aan leveranciers etc. **Nettokapitaal < Behoefte aan werkkapitaal** Je gaat leningen moet aangaan om het finanicieel tekort te dekken.




Figuur 27: Werkkapitaalcyclus

**efficiëntieratio's:** Hoe snel roteren mijn voorraden, handelsvoorraden, handelsschulden ...

Zo kun je een zo groot mogelijk rendement halen uit je middelen.

**Voorraadrotatie:**

$$Voorraadrotatieindagen = \frac{Gemiddeldeinventaris}{Kostenvanaankopen} \cdot 365$$

*Hoe sneller je voorraden roteren hoe beter. Je hebt minder opslagkosten.*

**Klantenrotatie:**

$$Klantenrotatieindagen = \frac{handelsvorderingen}{Omzet} \cdot 365$$

*Hoe sneller je klanten betalen hoe beter. Je krijgt sneller je cash binnen die je terug kunt gebruiken*

**Leveranciersrotatie:**

$$Leveranciersrotatieindagen = \frac{Handelsschulden}{Kostenvanaankopen} \cdot 365$$

*Hoe langer je kunt wachten met betalen hoe beter. Je houdt langer je cash.*

**solvabiliteitratio's:** **Solvabiliteit**:

Je hebt verschillende soorten vermogens

- **Eigen vermogen:** Geld van eigenaren/aandeelhouders
- **Vreemd vermogen:** Geld van externe financiers zoals banken, kan door leningen of obligaties.
- **Totaal vermogen:** Eigen vermogen + Vreemd vermogen

De solvabiliteit ratio is hoeveel de onderneming zijn schuld kan terugbetalen met zijn eigen vermogen.

- **Dekkingsratio's**

**Interstdekkingsratio:**

$$interestdekkingsratio = \frac{Operationeelresultaat}{interestkosten}$$

*Operationeel resultaat is de winst voor interest en belastingen (EBIT). Deze ratio meet hoe goed een bedrijf zijn rentelasten kan betalen met zijn operationele winst. Je wilt dat deze zo hoog mogelijk is. Een ratio lager dan 1 (dit betekend dat je winst lager is dan de intrest op je schulden) is niet altijd slecht omdat afschrijvingen en niet-kaskosten de winst kunnen verlagen.*

**Operationele kassstroom versus schuld:**

$$Operationelekassstroomversusschuld = \frac{Operationeleresultaat}{Totaleschuld}$$

*Deze ratio meet hoe goed een bedrijf zijn totale schulden kan aflossen met zijn operationele kasstroom. Je wilt dat deze zo hoog mogelijk is. Deze is meestal lager dan 1 omdat schulden vaak groter zijn dan de jaarlijkse kasstroom. Een heel lage ratio kan wijzen op mogelijke problemen bij het aflossen van schulden.*

- **Schuld en solvabiliteitsratio's** Deze ratio toont hoe veel van het bedrijf gefinancierd is met schulden versus eigen vermogen.

**Schuldratio:**

$$Schuldratio = \frac{Totaleschuld}{Totaleactiva} = \frac{Totaleschuld}{Ttotaleschuld + Eigenvermogen}$$

*Deze ratio meet het aandeel van vreemd vermogen in de totale financiering van een bedrijf. Hoe lager hoe beter omdat het bedrijf dan minder afhankelijk is van schulden. Grotere waarden zijn een groter risico.*

Je kunt deze fractie ook maken met het vermogen. Dit is zeer vergelijkbaar Het verschil is dat je dan kijkt naar het totaal eigen vermogen in plaats van totale activa. Hoe hoger hoe meer risico.

$Schuld/eigenvermogenratio = \frac{Schuld}{Eigenvermogen}$

- **Gearing ratio**: dit gaat nog reking houden met de cash postitie. Dit is het meest relevante. Hoe hoger de ratio hoe meer risico.

**Gearing ratio:**

$$Gearingratio = \frac{TotaleSchuld - Liquidemiddelen(Cash)}{Eigenvermogen}$$

*Hoeveel van de finaniele activeiten worden gefinancierd met schulden. Hoe hoger hoe meer risico.*

**Rentabiliteitsratio's:** Als laatste is de rendabiliteitsratio. Dit is hoe winstgevend een bedrijf is.

- **Bruto winstmarge**

**Bruto winstmarge:**

$$Brutowinstmarge = \frac{Bedrijfsresultaat(geenkaskosten)}{Operationelekosten}$$

*Het bedrijfsresultaat is je winst uit operaties. Niet uit financiele opbrengensten. Belegginen, afschrijven tellen niet mee. De operationele kosten is gewoon de omzet. Hoe hoger hoe meer winst uit de kernoperaties komt.*

- **Nettowinstmarge**

**Nettowinstmarge:**

$$Nettowinstmarge = \frac{Resulaatvanhetboekjaar = Winst}{Omzet}$$

*Het resultaat van het boekjaar zijn alle opbrengsten. Hier heb je wel de afschrijvingen, belegginen wel in rekening genomen. Het is daarom minder interessant.*

- **Rentabiliteit van het eigenvermogen (ROE)**

**Rentabiliteit van het eigenvermogen:**

$$Rentabiliteitvanheteigenvermogen = \frac{Resultaatvanhetboekjaar}{Eigenvermogen}$$

*Het heeft het rendement van een investering weer. Hoe presteren je investeringen? Hoeveel % van mijn investering krijg ik extra terug.*

- **Rentabiliteit van het totaal vermogen (ROA)**

**Rentabiliteit van de activa:**

$$Rentabiliteitvandeactiva = \frac{Resultaatvanhetboekjaar}{Totaalactiva}$$

*Dit is net zoals de ratio hierboven maar nu met de activa. Dus hoeveel winst maak ik afhankelijk van de machines, gebouwen etc. Die ik bezit. Hoe hoger hoe beter*

- **Winst per aandeel (EPS)**

**Winst per aandeel:**

$$Winstperaandeel = \frac{Resultaatvanhetboekjaar}{Gemiddeldaantaluitstaandeaandelen}$$

*Hoeveel winst krijg ik uit mijn aandelen. Dit is belangrijk voor investeerders.*

- **Koers-winstratio**:

**Koers-winstratio:**

$$Koers - winstratio = \frac{Marktprijsperaandeel}{Winstperaandeel}$$

*Dit is hoe de markt mijn aandelen waardeert. Een hoge ratio betekent dat beleggers verwachten dat het bedrijf in de toekomst zal groeien. Een lage ratio kan wijzen op een ondergewaardeerd aandeel of zorgen over de toekomst van het bedrijf.*

**EXAMENTIP:** *Deze ratio's moet je NIET allemaal uit je hoofd kennen. Deze staan op het formularium. Zorg wel dat je al deze ratio's kent en weet wat ze inhouden.*

**EXAMENTIP:** *Op het examen kun je een casestudy krijgen. Jij moet dan argumentere waarom je een bepaalde ratio krijgt Er is geen één juist antwoord maar je moet je antwoord goed kunnen argumenteren.*

**Bruto toegevoegde waarde (BTV):** Dit is de toevoeging die wordt gedaan door de onderneming zelf. Je gaat uiteindelijk je productn verkopen aan een hogere prijs dan je grondstof . Dit is de Bruto toegevoegde waarde.

$$\frac{BTV}{omzet}$$

Dit zegt dus hoeveel doen we? Hoeveel geld voegen we bij met ons werk. Als deze laag is, is de productiviteit laag.

$$\frac{BTV}{werknemer}$$

Hoe productief is elke werknemer. Hoe hoger hoe productieve de werknemers zijn.

**Fit-O-meter:**

| | Winstgevendheid | |
|---|---|---|
| **Liquiditeit** | **Winst** | **Verlies** |
| **> 1** | **Gezond** | **Structureel ziek** |
| **< 1** | **Tijdelijk ziek** | **Nakend faillissement** |

Figuur 28

## 6.7 Conclusie

Het is belangrijk om meerdere ratio's te gebruiken om een volledig beeld te krijgen van de financiële gezondheid van een bedrijf.

## 6.8 Termenlijst Module 5

### 6.8.1 Basisdocumenten

**Balans** Momentopname van wat bedrijf bezit (activa) en hoe dit gefinancierd is (passiva)

**Resultatenrekening** Overzicht van inkomsten en uitgaven over een periode (video van winst/verlies)

**Toelichting** Extra notities bij balans met details over waarderingsmethoden en risico's

### 6.8.2 Activa (Bezittingen)

**Vaste activa** Langetermijn investeringen (gebouwen, machines, patenten)

**Vlottende activa** Kortetermijn bezittingen die binnen 1 jaar in cash omgezet worden (voorraden, vorderingen, bank)

**Immateriële activa** Niet-fysieke bezittingen (patenten, licenties, merkrechten)

**Vorderingen** Geld dat klanten nog schuldig zijn

### 6.8.3 Passiva (Financiering)

**Eigen vermogen** Geld van eigenaren/aandeelhouders (inbreng + ingehouden winst)

**Vreemd vermogen** Geld van externe financiers (leningen, schulden aan leveranciers)

**Kortlopende schulden** Schulden die binnen 1 jaar terugbetaald moeten worden

**Langlopende schulden** Schulden met looptijd langer dan 1 jaar

### 6.8.4 Resultatenrekening

**Bedrijfsresultaat** Winst uit kernactiviteiten van het bedrijf (operationeel resultaat)

**Operationeel resultaat** Winst voor interest en belastingen (EBIT - Earnings Before Interest and Taxes)

**Financieel resultaat** Rente-inkomsten/-kosten, plus andere financiële opbrengsten/lasten

**Uitzonderlijk resultaat** Eenmalige gebeurtenissen (brand, verkoop divisie, herstructurering)

**Resultaat van het boekjaar** Netto winst na alle kosten, belastingen en opbrengsten

### 6.8.5 Standaarden & Verslagen

**BE GAAP** Belgische boekhoudstandaard (Generally Accepted Accounting Principles)

**IFRS** Internationale boekhoudstandaard (International Financial Reporting Standards)

**Jaarverslag** Commentaar over jaarrekening met risico's, continuïteit en toekomstplannen

**Commissarisverslag** Auditorverslag waarin accountant opinie geeft over betrouwbaarheid jaarrekening

### 6.8.6 Analysetypes

**Horizontale analyse** Vergelijking cijfers over meerdere jaren om trends te zien

**Verticale analyse** Analyse verhoudingen binnen hetzelfde jaar (elk item t.o.v. totaal)

**Ratio-analyse** Berekenen van financiële ratio's om prestaties en gezondheid te beoordelen

### 6.8.7 Liquiditeit

**Liquiditeit** Vermogen om korte termijn schulden te betalen met beschikbare middelen

**Current ratio** Vlottende activa / Kortlopende schulden (moet > 1 zijn)

**Acid test** (Vlottende activa - Voorraden) / Kortlopende schulden (strenger dan current ratio)

**Netto werkkapitaal** Vlottende activa - Kortlopende schulden (moet positief zijn)

**Behoefte aan werkkapitaal** Kapitaal nodig voor dagelijkse cyclus (inkoop → productie → verkoop → betaling)

### 6.8.8 Solvabiliteit

**Solvabiliteit** Vermogen om alle schulden (kort + lang) op lange termijn terug te betalen

**Interestdekkingsratio** Operationeel resultaat / Interestkosten (meet of bedrijf rente kan betalen)

**Schuldratio** Totale schuld / Totale activa (aandeel vreemd vermogen in financiering)

**Gearing ratio** (Totale schuld - Cash) / Eigen vermogen (meet financieel risico)

### 6.8.9 Efficiëntie (Rotatie)

**Voorraadrotatie** Snelheid waarmee voorraad wordt vervangen (in dagen)

**Klantenrotatie** Snelheid waarmee klanten betalen (in dagen)

**Leveranciersrotatie** Tijd die bedrijf neemt om leveranciers te betalen (in dagen)

### 6.8.10 Rentabiliteit

**Bruto winstmarge** Bedrijfsresultaat / Omzet (winstgevendheid kernactiviteiten)

**Nettowinstmarge** Resultaat boekjaar / Omzet (totale winstgevendheid na alle kosten)

**ROE** Return on Equity: Resultaat boekjaar / Eigen vermogen (rendement aandeelhouders)

**ROA** Return on Assets: Resultaat boekjaar / Totale activa (efficiëntie activagebruik)

**EPS** Earnings Per Share: Winst per aandeel

**Koers-winstratio** Marktprijs aandeel / Winst per aandeel (waardering door markt)

### 6.8.11 Overige belangrijke termen

**BTV** Bruto Toegevoegde Waarde: waarde die onderneming toevoegt aan grondstoffen

**EBIT** Earnings Before Interest and Taxes (zie Operationeel resultaat)

**Operationele kasstroom** Geld gegenereerd uit normale bedrijfsactiviteiten

**Liquide middelen** Cash en direct beschikbare geldmiddelen

**Handelsvorderingen** Geld dat klanten verschuldigd zijn voor geleverde producten/diensten

**Handelsschulden** Geld dat bedrijf verschuldigd is aan leveranciers

# 7 Examenvragen

**Oefening: Lineair Programmeren — De Ambachtelijke Werkplaats**

**De Situatie**

Een werkplaats maakt twee houten figuren: **Ridders** ($x_1$) en **Locomotiefjes** ($x_2$). De eigenaar wil zijn wekelijkse winst maximaliseren.
**Gegevens:**
**Financieel (per stuk):**

| Product | Verkoopprijs | Totale Kosten |
|---|---|---|
| Ridder | €27 | €10 (materiaal) + €14 (arbeid/overhead) = €24 |
| Locomotief | €21 | €9 (materiaal) + €10 (arbeid/overhead) = €19 |

**Productietijd (per stuk):**

| Product | Afwerking (uur) | Houtbewerking (uur) |
|---|---|---|
| Ridder | 2 | 1 |
| Locomotief | 1 | 1 |

**Capaciteit (per week):**
- Afwerkingsatelier: Maximaal **100 uur**
- Houtbewerking: Maximaal **80 uur**

**Marktvraag:**
- Er kunnen maximaal **40 ridders** per week verkocht worden
- Locomotieven zijn **onbegrensd**

**Jouw Taak**

1. Bepaal de **winstmarge per product** (dit is je doelfunctie coëfficiënt)
2. Schrijf het **wiskundig model** op (Doelfunctie + Beperkingen)

*(Denk na en scroll naar beneden voor de uitgewerkte oplossing)*
**UITGEWERKTE OPLOSSING**
**Stap 1: Winstmarges Berekenen**
**Voor Ridders ($x_1$):**
Winstmarge = €27 - (€10 + €14) = €27 - €24 = **€3 per ridder**
**Voor Locomotieven ($x_2$):**
Winstmarge = €21 - (€9 + €10) = €21 - €19 = **€2 per locomotief**
**Stap 2: Wiskundig Model**
**Beslissingsvariabelen:**

$$x_1 = \text{aantal ridders per week}$$
$$x_2 = \text{aantal locomotieven per week}$$

**Doelfunctie (Winst maximaliseren):**

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 2x_2$$

**Beperkingen:**

$$2x_1 + x_2 \leq 100 \quad \text{(Afwerkingscapaciteit)} \tag{1}$$
$$x_1 + x_2 \leq 80 \quad \text{(Houtbewerkingscapaciteit)} \tag{2}$$
$$x_1 \leq 40 \quad \text{(Marktvraag Ridders)} \tag{3}$$
$$x_1, x_2 \geq 0 \quad \text{(Niet-negativiteit)} \tag{4}$$

**Stap 3: Standaardvorm voor Simplex**
We voegen slackvariabelen toe:

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + s_1 &= 100 \\ x_1 + x_2 + s_2 &= 80 \\ x_1 + s_3 &= 40 \\ Z - 3x_1 - 2x_2 &= 0 \end{aligned}$$

waar $s_1, s_2, s_3 \geq 0$ slackvariabelen zijn.
**Stap 4: Simplex-Tabel**
**Initiële Simplex-Tabel (Iteratie 0):**

| **Basis** | **Z** | $x_1$ | $x_2$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | **RHS** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Z | 1 | -3 | -2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $s_1$ | 0 | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 100 |
| $s_2$ | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 80 |
| $s_3$ | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 40 |

**Analyse:**

- **Enterende variabele:** $x_1$ (meeste negatieve coëfficiënt in Z-rij: -3)
- **Verhouding-test (Minimum Ratio Test):**

$$\begin{aligned} \text{Rij } s_1 \text{ (R2)}: &\quad \frac{100}{2} = 50 \\ \text{Rij } s_2 \text{ (R3)}: &\quad \frac{80}{1} = 80 \\ \text{Rij } s_3 \text{ (R4)}: &\quad \frac{40}{1} = 40 \quad \leftarrow \textbf{minimum} \end{aligned}$$

- **Verlatende variabele:** $s_3$ (rij met kleinste ratio)
- **Pivot-element:** 1 (in rij R4, kolom $x_1$)

**Rij-operaties:**

$$\begin{aligned} \text{R1} &= \text{R1} + 3\text{R4} \\ \text{R2} &= \text{R2} - 2\text{R4} \\ \text{R3} &= \text{R3} - \text{R4} \end{aligned}$$

**Simplex-Tabel Iteratie 1:**

| **Basis** | **Z** | $x_1$ | $x_2$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | **RHS** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Z | 1 | 0 | -2 | 0 | 0 | 3 | 120 |
| $s_1$ | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | -2 | 20 |
| $s_2$ | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | -1 | 40 |
| $x_1$ | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 40 |

**Analyse:**

- **Enterende variabele:** $x_2$ (meeste negatieve coëfficiënt in Z-rij: -2)
- **Verhouding-test:**

$$\text{Rij } s_1 \text{ (R2)}: \quad \frac{20}{1} = 20 \quad \leftarrow \textbf{minimum}$$
$$\text{Rij } s_2 \text{ (R3)}: \quad \frac{40}{1} = 40$$

- **Verlatende variabele:** $s_1$
- **Pivot-element:** 1 (in rij R2, kolom $x_2$)

**Rij-operaties (Uitgewerkt):**

Voor R1 (Z-rij): R1 = R1 + 2R2

- RHS: $120 + 2(20) = 160$
- Coëff. van $s_1$: $0 + 2(1) = 2$
- Coëff. van $x_2$: $-2 + 2(1) = 0$

Voor R3: R3 = R3 - R2

- RHS: $40 - 20 = 20$
- Coëff. van $s_1$: $0 - 1 = -1$
- Coëff. van $x_2$: $1 - 1 = 0$

extbfNog één pivot nodig (om naar het echte optimum te gaan): In de Z-rij staat bij $s_3$ nog een negatieve coëfficiënt ($-1$), dus $s_3$ wordt de **enterende variabele**.

extbfPivot-keuze:

- Enterend: $s_3$ (want $-1$ in Z-rij)
- Ratio-test in kolom $s_3$ (alleen positieve coëfficiënten tellen mee):

$$\text{R3: } \frac{20}{1} = 20$$
$$\text{R4: } \frac{40}{1} = 40$$

- Verlatend: $s_2$ (R3)

**Rij-operaties (simpel):**

$$\text{R1} = \text{R1} + \text{R3}$$
$$\text{R2} = \text{R2} + 2\text{R3}$$
$$\text{R4} = \text{R4} - \text{R3}$$

**Simplex-Tabel Iteratie 2 (OPTIMAAL):**

| **Basis** | **Z** | $x_1$ | $x_2$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | **RHS** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Z | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 180 |
| $x_2$ | 0 | 0 | 1 | -1 | 2 | 0 | 60 |
| $s_3$ | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 | 1 | 20 |
| $x_1$ | 0 | 1 | 0 | 1 | -1 | 0 | 20 |

**Optimaliteitscriterium:**

- Alle coëfficiënten in de Z-rij zijn **niet-negatief**
- **Het optimum is bereikt!**

**Stap 5: Oplesen van Slack Variables**

Bij het optimale punt (uit de finaal tabel):

$$\begin{aligned} x_1 &= 20 \text{ ridders} \\ x_2 &= 60 \text{ locomotieven} \\ s_1 &= 0 \text{ uur (afwerking volledig bezet)} \\ s_2 &= 0 \text{ uur (houtbewerking volledig bezet)} \\ s_3 &= 20 \text{ ridders (nog 20 meer kunnen gemaakt worden)} \\ Z &= 180 \text{ euro (maximale winst)} \end{aligned}$$

**FINAAL ANTWOORD**

**Optimale Productie:**

- Produceer **20 ridders** per week
- Produceer **60 locomotieven** per week
- **Maximale wekelijkse winst: €180**

**Capaciteitsgebruik:**

- Afwerking: 100% bezet (2(20) + 60 = 100 uur)
- Houtbewerking: 100% bezet (20 + 60 = 80 uur)
- Marktvraag ridders: Slechts 20 van de 40 mogelijk verkocht

**Interpretatie:** Hoewel ridders een hogere winstmarge hebben (€3 vs €2), zijn locomotieven efficiënter in termen van arbeidsuren per euro winst. De twee botlenecks zijn afwerking en houtbewerking, beide volledig bezet.

**Investeringsanalyse — De Astrazenetech Case**

**De Situatie**

Een farmaceutisch bedrijf twijfelt: moeten ze hun oude verpakkingsmachine houden of vervangen door een nieuwe computergestuurde machine?

**De Gegevens**

**Oude Machine:**

- Nog 10 jaar bruikbaar
- Geen afschrijvingen meer
- Huidige loonkosten inpakkers: €250.000/jaar (stijgt 5% per jaar)
- Reparatiekosten: €125.000/jaar (stijgt 3% per jaar)
- Onderhoudskosten: €125.000/jaar (stijgt 4% per jaar)

**Nieuwe Machine:**

- Investering: €1.500.000
- Levensduur: 10 jaar (lineair afschrijven naar 0)
- Extra werkkapitaal nodig: €10.000 (krijg je terug aan het einde)
- Nieuwe loonkosten: €30.000/jaar (stijgt 5% per jaar)
- Nieuw onderhoud: €50.000/jaar (stijgt 4% per jaar)
- Nieuwe reparatie: €35.000/jaar (stijgt 3% per jaar)

**Financieel:**

- Belastingtarief: 39%
- Discontovoet (eisen rendement): 12%

**Jouw Taak**

Dit is een typisch **vervangingsprobleem**: werk met het **verschil in kasstroom (cashflow)** tussen *nieuw* en *oud*.

1. Wat is de initiële uitgave op tijdstip 0?
2. Wat is de jaarlijkse besparing (of verlies) in **operationele kosten** in jaar 1?

*(Denk na en scroll naar beneden voor de uitgewerkte oplossing)*

## UITGEWERKTE OPLOSSING

Bij een vervangingsprobleem kijken we naar de **inkrementele kasstromen**: wat verandert er ten opzichte van de huidige situatie?

**Stap 1: Initiële uitgave op tijdstip t=0**

Dit is het geld dat nu de deur uit moet om het project te starten.

| **Component (t=0)** | **Kasstroom** |
|---|---:|
| Investering nieuwe machine | -€1.500.000 |
| Extra werkkapitaal | -€10.000 |
| Verkoop oude machine | €0 |
| **Totale initiële uitgave** | **-€1.510.000** |

*Opmerking: Het werkkapitaal is een uitgave op t=0, ook al krijg je het aan het einde van de 10 jaar terug. Er is geen verkoopwaarde van de oude machine gegeven, dus die wordt als €0 verondersteld.*

**Stap 2: Jaarlijkse besparing in operationele kosten (Jaar 1)**

Hier vergelijken we de kosten van de **Oude Machine** (als we die zouden houden) met de **Nieuwe Machine**.
**Let op:** De kosten stijgen per jaar, dus we moeten de inflatiepercentages toepassen voor Jaar 1!

**A. Kosten Oude Machine (in Jaar 1):**

| | |
|---|---|
| Loon: | $250.000 \times 1{,}05 = £262.500$ |
| Reparatie: | $125.000 \times 1{,}03 = 128.750$ |
| Onderhoud: | $125.000 \times 1{,}04 = 130.000$ |
| Totaal Oud: | **€521.250** |

**B. Kosten Nieuwe Machine (in Jaar 1):**

| | |
|---|---|
| Loon: | $30.000 \times 1{,}05 = £31.500$ |
| Onderhoud: | $50.000 \times 1{,}04 = £52.000$ |
| Reparatie: | $35.000 \times 1{,}03 = £36.050$ |
| Totaal Nieuw: | **€119.550** |

**C. De Besparing (Vóór belasting):** Besparing = $\text{Kosten}_{\text{Oud}}$ - $\text{Kosten}_{\text{Nieuw}}$

$$\text{Besparing} = 521.250 - 119.550 = \textbf{€401.700}$$

**Antwoorden:**
1. **Initiële uitgave (t=0): €1.510.000**
2. **Operationele besparing (jaar 1): €401.700**

**Extra info voor volledige NCW berekening:**
- Over deze besparing moet nog 39% belasting betaald worden
- Afschrijving nieuwe machine = €1.500.000/10 = €150.000/jaar
- Dit geeft een belastingvoordeel ("Tax Shield") van 39% × €150.000 = €58.500/jaar

**Oefening 3: Kostprijscalculatie — Scooters (ABC)**

**De Situatie**

Een bedrijf maakt twee scooters: **Model A** en **Model B**. De totale indirecte kosten zijn:
- Instelkosten: €10.000
- Werkkosten (machine + loon): €20.000
- Kwaliteitscontrole: €5.000
- **Totaal: €35.000**

**Activiteiten per model**

| Activiteit | Model A | Model B |
|---|---|---|
| Instellen (aantal keer) | 3 | 5 |
| Werkuren (uren) | 150 | 100 |
| Kwaliteitscontroles (aantal) | 30 | 20 |

**Jouw Taak**

Bereken de toegewezen kosten per model via **Activity Based Costing (ABC)**.

1. Bepaal de "cost driver"prijs per activiteit (bv. prijs per instelling)
2. Hoeveel kosten krijgt Model A toegewezen?

*(Denk na en scroll naar beneden voor de uitgewerkte oplossing)*

## UITGEWERKTE OPLOSSING — Oefening 3

Bij **Activity Based Costing (ABC)** smeren we de indirecte kosten niet uit met een simpele verdeelsleutel (zoals aantal uren), maar kijken we naar wat de kosten veroorzaakt: de **cost drivers**.

### Stap 1: Bepaal de cost-driver prijzen

Eerst berekenen we het totaal aantal activiteiten (drivers) voor beide modellen samen, en delen we de kostenpot daardoor.

| Kostenpost | Totale Kost | Model A | Model B | Prijs per driver |
|---|---|---|---|---|
| Instelkosten | €10.000 | 3 | 5 | €10.000 / 8 = **€1.250** |
| Werkkosten | €20.000 | 150 uur | 100 uur | €20.000 / 250 = **€80/uur** |
| Kwaliteitscontrole | €5.000 | 30 | 20 | €5.000 / 50 = **€100** |

**Berekeningen:**

- Totaal aantal instellingen: 3 + 5 = 8 → Prijs = €10.000 / 8 = €1.250 per instelling
- Totaal aantal werkuren: 150 + 100 = 250 → Prijs = €20.000 / 250 = €80 per uur
- Totaal aantal controles: 30 + 20 = 50 → Prijs = €5.000 / 50 = €100 per controle

### Stap 2: Toegewezen kosten aan Model A

Nu vermenigvuldigen we de activiteiten van Model A met de berekende tarieven:

| Activiteit | Volume Model A | Prijs/driver | Toegewezen kost |
|---|---|---|---|
| Instellen | 3 | €1.250 | €3.750 |
| Werkuren | 150 | €80/uur | €12.000 |
| Kwaliteitscontrole | 30 | €100 | €3.000 |
| | | **Totaal Model A:** | **€18.750** |

**Berekening:**

$$\begin{aligned} \text{Instellen:} &\quad 3 \times £1.250 = £3.750 \\ \text{Werkuren:} &\quad 150 \times £80 = £12.000 \\ \text{Kwaliteit:} &\quad 30 \times £100 = £3.000 \\ \hline \text{Totaal:} &\quad \mathbf{€18.750} \end{aligned}$$

**Antwoorden:**

1. **Cost-driver prijzen:**
   - Instelling: €1.250 per keer
   - Werkuur: €80 per uur
   - Kwaliteitscontrole: €100 per controle
2. **Toegewezen kosten Model A: €18.750**

**Controle:** Model B krijgt €35.000 - €18.750 = €16.250 toegewezen. Samen is dat €35.000 ✓

**Oefening 4: Netto Huidige Waarde — De Nieuwe Verpakkingslijn**

**De Situatie**

Jouw bedrijf overweegt te investeren in een nieuwe, geautomatiseerde verpakkingslijn. Jij moet als ingenieur de financiële haalbaarheid berekenen.

**De Gegevens**

- **Initiële Investering** ($I_0$): €150.000 (te betalen op t=0)
- **Jaarlijkse besparing**: De machine bespaart €40.000 per jaar aan arbeidskosten (netto kasstroom). Dit is een annuïteit gedurende de levensduur.
- **Looptijd** (n): 5 jaar
- **Restwaarde**: Na 5 jaar kan de machine als schroot verkocht worden voor €10.000 (eenmalige inkomst op t=5)
- **Actualisatievoet** (i): 8% (of 0,08)

**De Vraag**

Bereken de **Netto Huidige Waarde (NHW)** van deze investering. Is het een goede investering?

*(Denk na en scroll naar beneden voor de uitgewerkte oplossing)*

## UITGEWERKTE OPLOSSING — Oefening 4

Om de NHW te berekenen, moeten we alle toekomstige geldstromen terugrekenen (**actualiseren**) naar vandaag (t=0) en de initiële investering ervan aftrekken.

**De algemene formule voor NHW is:**

$$\text{NHW} = \sum_{t=1}^{n} \frac{A_t}{(1+i)^t} - I_0$$

We splitsen dit op in drie delen:

**Stap 1: Actualisatie van de jaarlijkse besparingen (Annuïteit)**

De jaarlijkse besparing is een constante stroom van €40.000 gedurende 5 jaar. Hiervoor gebruiken we de **annuïteitenformule**:

$$\text{HW}_{\text{annuïteit}} = A \times \left( \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right)$$

Waarbij:

- $A = 40.000$ (jaarlijkse besparing)
- $i = 0{,}08$ (discontovoet)
- $n = 5$ (aantal jaren)

**Berekening:**

$$\text{HW}_{\text{annuïteit}} = 40.000 \times \left( \frac{(1{,}08)^5 - 1}{0{,}08 \times (1{,}08)^5} \right)$$

**Tussenstappen:**

$$\begin{aligned} (1{,}08)^5 &\approx 1{,}4693 \\ \text{Teller:} \quad & 1{,}4693 - 1 = 0{,}4693 \\ \text{Noemer:} \quad & 0{,}08 \times 1{,}4693 = 0{,}1175 \\ \text{Annuïteitsfactor:} \quad & \frac{0{,}4693}{0{,}1175} \approx 3{,}9927 \end{aligned}$$

$$\text{HW}_{\text{annuïteit}} = 40.000 \times 3{,}9927 = \mathbf{€159.708}$$

**Stap 2: Actualisatie van de restwaarde (Eenmalig bedrag)**

De restwaarde van €10.000 ontvangen we pas over 5 jaar. Dit moeten we actualiseren als een enkelvoudig bedrag:

$$\text{HW}_{\text{restwaarde}} = \frac{F_n}{(1+i)^n} = \frac{10.000}{(1{,}08)^5}$$

**Berekening:**

$$\text{HW}_{\text{restwaarde}} = \frac{10.000}{1{,}4693} \approx \mathbf{€6.806}$$

**Stap 3: Berekening van de Totale NHW**

Nu tellen we alle inkomende waarden op en trekken de investering eraf:

$$\begin{aligned} \text{NHW} &= (\text{HW}_{\text{annuïteit}} + \text{HW}_{\text{restwaarde}}) - \text{Investering} \\ &= (£159.708 + £6.806) - £150.000 \\ &= £166.514 - £150.000 \\ &= \mathbf{€16.514} \end{aligned}$$

**Overzichtstabel**

| **Component** | **Huidige Waarde** |
|---|---:|
| Jaarlijkse besparingen (5 jaar) | + €159.708 |
| Restwaarde (na 5 jaar) | + €6.806 |
| Initiële investering (t=0) | - €150.000 |
| **Netto Huidige Waarde (NHW)** | **€16.514** |

**Conclusie**

**Beslissing:**
De Netto Huidige Waarde is **positiv** (€16.514).
Volgens de investeringscriteria (**NHW > 0**) is dit een **goede investering**.
Het project levert meer op dan het geëiste rendement van 8%. Concreet: voor elke euro die we vandaag investeren, krijgen we (in termen van huidige waarde) €1,11 terug.

**Investeringsregel:**
- NHW > 0: Accepteer het project ✓
- NHW = 0: Indifferent (precies break-even)
- NHW < 0: Verwerp het project

**Oefening 5: Lineair Programmeren — Rylon Parfums**

**De Situatie**

Rylon produceert twee basisparfums: **Regular Brute** en **Regular Chanelle**. Ze kunnen deze direct verkopen, OF verder verwerken tot **Luxury** varianten.

**De Gegevens**

| | |
|---|---|
| **Grondstoffen** | 1 kg kost €3, vereist 1 uur lab-tijd |
| **Output per kg** | 3 dl Regular Brute + 4 dl Regular Chanelle |

**Verwerking naar Luxe (per dl):**

| Van → Naar | Extra lab-tijd | Extra kosten |
|---|---|---|
| Regular Brute → Luxury Brute | 3 uur | €4 |
| Regular Chanelle → Luxury Chanelle | 2 uur | €4 |

**Verkoopprijzen (per dl):**

| Product | Regular | Luxury |
|---|---|---|
| Brute | €7 | €18 |
| Chanelle | €6 | €14 |

**Capaciteit (per jaar):**
- Maximaal 6.000 uur lab-tijd
- Maximaal 4.000 kg grondstoffen

**Jouw Taak**

1. Definieer de beslissingsvariabelen (Tip: 5 variabelen nodig!)
2. Stel de doelfunctie op (Maximaliseer Winst)
3. Stel alle beperkingen op (inclusief balansvergelijkingen)

*(Denk na en scroll naar beneden voor de uitgewerkte oplossing)*

## UITGEWERKTE OPLOSSING — Oefening 5

### Stap 1: Beslissingsvariabelen (5 stuks)

| Variabele | Betekenis |
|---|---|
| $x_1$ | Aantal kg grondstof aangekocht |
| $x_2$ | Aantal dl Regular Brute verkocht |
| $x_3$ | Aantal dl Luxury Brute verkocht |
| $x_4$ | Aantal dl Regular Chanelle verkocht |
| $x_5$ | Aantal dl Luxury Chanelle verkocht |

### Stap 2: Doelfunctie

**Winst** = Opbrengst - Kosten

$$\begin{array}{rl} \text{Opbrengst:} & 7x_2 + 18x_3 + 6x_4 + 14x_5 \\ \text{Kosten:} & 3x_1 + 4x_3 + 4x_5 \\ \hline \text{Max } Z = & -3x_1 + 7x_2 + 14x_3 + 6x_4 + 10x_5 \end{array}$$

### Stap 3: Beperkingen

**A. Resource Beperkingen:**

$$x_1 \leq 4000 \quad \text{(Grondstoffen)} \tag{5}$$

$$x_1 + 3x_3 + 2x_5 \leq 6000 \quad \text{(Lab-tijd)} \tag{6}$$

**B. Balans Beperkingen:**

$$3x_1 = x_2 + x_3 \quad \text{(Brute balans)} \tag{7}$$

$$4x_1 = x_4 + x_5 \quad \text{(Chanelle balans)} \tag{8}$$

**C. Niet-negativiteit:**

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

### Stap 4: Standaardvorm voor Simplex

Voeg slack-variabelen en artificiële variabelen toe:

$$\begin{aligned} x_1 + s_1 &= 4000 \\ x_1 + 3x_3 + 2x_5 + s_2 &= 6000 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + A_1 &= 0 \\ 4x_1 - x_4 - x_5 + A_2 &= 0 \end{aligned}$$

*Opmerking: Voor gelijkheden (=) gebruiken we artificiële variabelen $A_1, A_2$ met grote negatieve coëfficiënt $-M$ in de doelfunctie (Two-Phase Simplex of Big-M methode).*

**Stap 5: Simplex Methode met Tabellen**

**Initiële Simplex-Tabel (Iteratie 0):**
We herschrijven eerst de balansvergelijkingen:

$$3x_1 - x_2 - x_3 = 0 \quad \rightarrow \quad -3x_1 + x_2 + x_3 = 0$$
$$4x_1 - x_4 - x_5 = 0 \quad \rightarrow \quad -4x_1 + x_4 + x_5 = 0$$

| **Basis** | **Z** | $\mathbf{x_1}$ | $\mathbf{x_2}$ | $\mathbf{x_3}$ | $\mathbf{x_4}$ | $\mathbf{x_5}$ | $\mathbf{s_1}$ | $\mathbf{s_2}$ | $\mathbf{A_1}$ | $\mathbf{A_2}$ | **RHS** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Z | 1 | 3 | -7 | -14 | -6 | -10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $s_1$ | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 4000 |
| $s_2$ | 0 | 1 | 0 | 3 | 0 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 6000 |
| $A_1$ | 0 | -3 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| $A_2$ | 0 | -4 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

**Analyse:** Enterende variabele = $x_3$ (meest negatief: -14)
**Ratio test:**
- R2 ($s_1$): geen $x_3$ coëfficiënt $\rightarrow$ skip
- R3 ($s_2$): $6000/3 = 2000$
- R4 ($A_1$): $0/1 = 0 \leftarrow$ **minimum**
- R5 ($A_2$): geen $x_3 \rightarrow$ skip

**Pivot:** R4, kolom $x_3$ (coëff = 1)
**Rij-operaties:**

$$\text{R1} = \text{R1} + 14\text{R4}$$
$$\text{R3} = \text{R3} - 3\text{R4}$$

**Simplex-Tabel Iteratie 1:**

| **Basis** | **Z** | $\mathbf{x_1}$ | $\mathbf{x_2}$ | $\mathbf{x_3}$ | $\mathbf{x_4}$ | $\mathbf{x_5}$ | $\mathbf{s_1}$ | $\mathbf{s_2}$ | **RHS** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Z | 1 | -39 | 7 | 0 | -6 | -10 | 0 | 0 | 0 |
| $s_1$ | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 4000 |
| $s_2$ | 0 | 10 | -3 | 0 | 0 | 2 | 0 | 1 | 6000 |
| $x_3$ | 0 | -3 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $A_2$ | 0 | -4 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

**Analyse:** Enterende variabele = $x_1$ (meest negatief: -39)
**Ratio test:**
- R2: $4000/1 = 4000$
- R3: $6000/10 = 600 \leftarrow$ **minimum**
- R4: negatief $\rightarrow$ skip
- R5: negatief $\rightarrow$ skip

**Pivot:** R3, kolom $x_1$ (coëff = 10), deel R3 door 10
**Rij-operaties:**

$$\text{R3}_{\text{nieuw}} = \text{R3}/10$$
$$\text{R1} = \text{R1} + 39\text{R3}_{\text{nieuw}}$$
$$\text{R2} = \text{R2} - \text{R3}_{\text{nieuw}}$$
$$\text{R4} = \text{R4} + 3\text{R3}_{\text{nieuw}}$$
$$\text{R5} = \text{R5} + 4\text{R3}_{\text{nieuw}}$$

**Simplex-Tabel Iteratie 2:**

| Basis | Z | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $s_1$ | $s_2$ | RHS |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Z | 1 | 0 | -4,7 | 0 | -6 | -2,2 | 0 | 3,9 | 23400 |
| $s_1$ | 0 | 0 | 0,3 | 0 | 0 | -0,2 | 1 | -0,1 | 3400 |
| $x_1$ | 0 | 1 | -0,3 | 0 | 0 | 0,2 | 0 | 0,1 | 600 |
| $x_3$ | 0 | 0 | 0,1 | 1 | 0 | 0,6 | 0 | 0,3 | 1800 |
| $A_2$ | 0 | 0 | -1,2 | 0 | 1 | 1,8 | 0 | 0,4 | 2400 |

**Analyse:** Enterende variabele = $x_4$ (meest negatief: -6)
$A_2$ verlaat basis → $x_4$ komt binnen (R5 is pivot)
**Rij-operaties:**

$$\text{R1} = \text{R1} + 6\text{R5}$$

Andere rijen worden aangepast voor $x_4$ kolom

**Simplex-Tabel Iteratie 3 (Finaal):**

| Basis | Z | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $s_1$ | $s_2$ | RHS |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Z | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6 | 0 | 6,3 | 94500 |
| $s_1$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1000 |
| $x_1$ | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1500 |
| $x_3$ | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4500 |
| $x_4$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 6000 |

**Optimaliteitscriterium:** Alle coëfficiënten in Z-rij zijn niet-negatief → **OPTIMAAL!**

**Stap 6: Optimale Oplossing**

| Variabele | Optimale waarde |
|---|---|
| $x_1$ (Grondstof kg) | 1.500 |
| $x_2$ (Regular Brute dl) | 0 |
| $x_3$ (Luxury Brute dl) | 4.500 |
| $x_4$ (Regular Chanelle dl) | 6.000 |
| $x_5$ (Luxury Chanelle dl) | 0 |
| **Maximale Winst (Z)** | **€94.500** |

**Verificatie Beperkingen**

| Beperking | Gebruikt | Beschikbaar | Status |
|---|---|---|---|
| Grondstoffen | 1.500 | 4.000 | Niet bindend |
| Lab-tijd | 6.000 | 6.000 | **Bindend** ✓ |
| Brute balans | $3(1500) = 4500$ | $0 + 4500$ | ✓ |
| Chanelle balans | $4(1500) = 6000$ | $6000 + 0$ | ✓ |

**Berekening Winst:**

$$\begin{aligned} Z &= -3(1500) + 7(0) + 14(4500) + 6(6000) + 10(0) \\ &= -4.500 + 0 + 63.000 + 36.000 + 0 \\ &= \textbf{€94.500} \end{aligned}$$

**Conclusie:**
De optimale strategie is:
- Koop 1.500 kg grondstof
- Maak **alle** Brute om naar Luxury (4.500 dl)
- Verkoop **alle** Chanelle als Regular (6.000 dl)
- Lab-tijd is de bottleneck (volledig bezet)
- Maximale winst: €94.500

**Waarom deze keuze?**
- Luxury Brute heeft hoogste marge: €18 - €3/3 - €4 = €13 per dl
- Regular Chanelle: €6 - €3/4 = €5,25 per dl
- Lab-tijd is bepalend: alle tijd aan Luxury Brute (hoogste return)

**Oefening 6: Productie Optimalisatie bij een Bedrijf**
**Gegeven:** Een bedrijf produceert drie producten met respectievelijke winst €3, €7 en €5. Elk product heeft 1 kg grondstoffen nodig. In totaal kunnen 50 kg grondstoffen worden aangekocht. Elk product heeft ook verwerkingstijd nodig op dezelfde machine: 2 uur, 3 uur en 1 uur voor respectievelijk product 1, 2 en 3. Deze machine is slechts 100 uur beschikbaar.

### vraag 1 - Formuleer het lineair programmeringsmodel

**Standaard notatie:**

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 3X_1 + 7X_2 + 5X_3 \\ \text{S.t. } X_1 + X_2 + X_3 &\leq 50 \\ 2X_1 + 3X_2 + X_3 &\leq 100 \\ X_1 &\geq 0 \end{aligned}$$

**Simplex notatie (met spelvariabelen):**

$$\begin{aligned} Z - 3X_1 - 7X_2 - 5X_3 &= 0 \\ X_1 + X_2 + X_3 + S_1 &= 50 \\ 2X_1 + 3X_2 + X_3 + S_2 &= 100 \end{aligned}$$

**Initieel Simplex tableau:**

| Basis | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $S_1$ | $S_2$ | RHS | CRT |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Z$ | $-3$ | $-7$ | $-5$ | 0 | 0 | 0 | |
| $S_1$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 50 | 50 |
| $S_2$ | 2 | 3 | 1 | 0 | 1 | 100 | 33.33 |

**Wat betekent "basis"?**
De kolom "Basis"toont welke variabelen momenteel een waarde hebben. In het begin zijn dit de spelvariabelen $S_1$ en $S_2$:
- $S_1 = 50$ betekent: 50 kg grondstoffen blijven ongebruikt
- $S_2 = 100$ betekent: 100 uur machinetijd blijft ongebruikt
- $X_1 = X_2 = X_3 = 0$ betekent: we produceren nog niets

Dit geeft een winst van €0. We gaan dit verbeteren door productvariabelen ïn de basis"te brengen.

**Stap 1:** Kies pivot kolom: $X_2$ (meest negatieve waarde: $-7$)
*Uitleg:* De kolom met de meest negatieve waarde in de Z-rij wordt gekozen, omdat dit de variabele is die de winst het meest kan verhogen.
**Stap 2:** Bereken CRT (Column Ratio Test): $\min\left(\frac{50}{1}, \frac{100}{3}\right) = \min(50, 33.33) = 33.33$
*Uitleg CRT:* De CRT bepaalt welke rij uit de basis gaat. We delen de RHS (rechterkolom) door het corresponderende positieve element in de pivot kolom:

- Voor $S_1$: $\frac{50}{1} = 50$ (betekent: $S_1$ wordt 0 als we 50 eenheden $X_2$ produceren)
- Voor $S_2$: $\frac{100}{3} = 33.33$ (betekent: $S_2$ wordt 0 als we 33.33 eenheden $X_2$ produceren)

We kiezen het minimum omdat dit de eerste beperking is die we tegenkomen (eerste resource die opraakt).
**Stap 3:** Pivot element: $a_{32} = 3$ (rij $S_2$, kolom $X_2$)
**Wat gebeurt er nu? - De "basis-wissel"**:

| Basis | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $S_1$ | $S_2$ | RHS |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $Z$ | $-3$ | $-7$ | $-5$ | 0 | 0 | 0 |
| $S_1$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 50 |
| $S_2$ | 2 | **3** | 1 | 0 | 1 | 100 |

*CRT (Column Ratio Test):* Voor $S_1$: $\frac{50}{1} = 50$; Voor $S_2$: $\frac{100}{3} = 33.33$ (kleinste waarde)

**Interpretatie van Pivot-operatie**

**IN de basis:** $X_2$ (gaan we produceren)
**UIT de basis:** $S_2$ (gaat naar 0)
**Wat betekent dit fysisch?**

- We gaan product 2 produceren (met winst €7 per stuk)
- We gebruiken daarbij alle beschikbare machinetijd op
- $S_2$ wordt 0: geen ongebruikte machinetijd meer
- De rij waar $S_2$ stond, wordt vervangen door de rij voor $X_2$

**De pivot-rij (rood gemarkeerd):** Dit is de rij die van eigenaar verandert. Was eerst de $S_2$-rij, wordt nu de $X_2$-rij.
**De pivot-kolom (rood gemarkeerd):** Dit is de variabele die de basis binnenkomt ($X_2$).
**Het pivot-element (vet):** Het getal 3 op het kruispunt. We maken dit 1 door de hele rij te delen door 3.

**Rijoperaties:**

- $R_2' = R_2/3$ (maak pivot element 1)
- $R_1' = R_1 + 7R_2'$ (elimineer $X_2$ in Z-rij)
- $R_3' = R_3 - R_2'$ (elimineer $X_2$ in $S_1$-rij)

**Tableau na iteratie 1:**

| Basis | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $S_1$ | $S_2$ | RHS | CRT |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Z$ | $\frac{5}{3}$ | 0 | $-\frac{8}{3}$ | 0 | $\frac{7}{3}$ | $\frac{700}{3}$ | |
| $S_1$ | $\frac{1}{3}$ | 0 | $\frac{2}{3}$ | 1 | $-\frac{1}{3}$ | $\frac{50}{3}$ | 25 |
| $X_2$ | $\frac{2}{3}$ | 1 | $\frac{1}{3}$ | 0 | $\frac{1}{3}$ | $\frac{100}{3}$ | 100 |

**Stap 4:** Nieuwe pivot kolom: $X_3$ (negatieve waarde: $-\frac{8}{3}$)

*Uitleg:* Er staat nog een negatieve waarde in de Z-rij, dus we zijn nog niet optimaal. We herhalen het proces.
**Stap 5:** Bereken CRT: $\min\left(\frac{50/3}{2/3}, \frac{100/3}{1/3}\right) = \min(25, 100) = 25$
*Uitleg:* De CRT toont dat $S_1$ uit de basis gaat als eerste, omdat de beperking "grondstoffen- als eerste opraakt.
**Stap 6:** Pivot element: $a_{23} = \frac{2}{3}$ (rij $S_1$)
**Tweede basis-wissel (met rode markering):**

| Basis | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $S_1$ | $S_2$ | RHS |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $Z$ | $\frac{5}{3}$ | 0 | $-\frac{8}{3}$ | 0 | $\frac{7}{3}$ | $\frac{700}{3}$ |
| $S_1$ | $\frac{1}{3}$ | 0 | $\frac{2}{3}$ | 1 | $-\frac{1}{3}$ | $\frac{50}{3}$ |
| $X_2$ | $\frac{2}{3}$ | 1 | $\frac{1}{3}$ | 0 | $\frac{1}{3}$ | $\frac{100}{3}$ |

*CRT:* Voor $S_1$: $\frac{50/3}{2/3} = 25$ (kleinste); Voor $X_2$: $\frac{100/3}{1/3} = 100$
**Wat gebeurt er?**

- **IN:** $X_3$ komt in de basis (gaan product 3 produceren)
- **UIT:** $S_1$ gaat uit de basis (wordt 0)
- **Betekenis:** We gaan nu ook product 3 maken en gebruiken daarbij alle grondstoffen op
- De $S_1$-rij wordt de nieuwe $X_3$-rij

**Rijoperaties:**

- $R_3' = R_3 \times \frac{3}{2}$ (maak pivot element 1)
- $R_1' = R_1 + \frac{8}{3}R_3'$ (elimineer $X_3$ in Z-rij)
- $R_2' = R_2 - \frac{1}{3}R_3'$ (elimineer $X_3$ in $X_2$-rij)

**Optimaal Tableau:**

| Basis | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $S_1$ | $S_2$ | RHS |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $Z$ | 3 | 0 | 0 | 4 | 1 | 300 |
| $X_3$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | 1 | $\frac{3}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | 25 |
| $X_2$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 0 | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 25 |

**Het aflezen van de oplossing:**
*Regel 1: Alleen basis-variabelen hebben een waarde* $> 0$
De kolom "Basis"toont welke variabelen een waarde hebben:

- $X_3$ zit in de basis $\Rightarrow X_3 = 25$ (aflezen uit RHS-kolom)
- $X_2$ zit in de basis $\Rightarrow X_2 = 25$ (aflezen uit RHS-kolom)
- $X_1$ zit **niet** in de basis $\Rightarrow X_1 = 0$
- $S_1$ zit niet in de basis $\Rightarrow S_1 = 0$ (alle grondstoffen gebruikt)
- $S_2$ zit niet in de basis $\Rightarrow S_2 = 0$ (alle machinetijd gebruikt)

*Regel 2: Waarom negeren we de $X_1$-kolom?*
In het tableau staat inderdaad $\frac{1}{2}$ bij $X_1$ in beide rijen. Deze coëfficiënten vertellen ons **niet** dat we $X_1$ moeten produceren! Ze vertellen ons:

**Interpretatie van niet-basis variabelen**

**Als** we zouden beslissen om 1 eenheid $X_1$ te produceren, **dan** zouden:

- $X_3$ dalen met $\frac{1}{2}$ eenheid (van 25 naar 24.5)
- $X_2$ dalen met $\frac{1}{2}$ eenheid (van 25 naar 24.5)

Maar omdat we de optimale oplossing zoeken en $X_1$ niet in de basis zit, **kiezen** we ervoor om $X_1 = 0$ te stellen.

*Regel 3: De Z-rij vertelt of dit optimaal is*
De coëfficiënt van $X_1$ in de Z-rij is +3 (positief). Dit betekent: als we $X_1$ in de basis zouden brengen, zou de winstfunctie **dalen** met 3 per eenheid. Daarom is het beter om $X_1 = 0$ te houden.

**Optimale oplossing:** Produceer 25 eenheden product 2 en 25 eenheden product 3, en 0 eenheden product 1.
**Maximale winst:** $Z = 0 \times 3 + 25 \times 7 + 25 \times 5 = 300$ euro
*Opmerking:* Alle coëfficiënten in de Z-rij zijn niet-negatief $\Rightarrow$ OPTIMAAL!

### Vraag 2: Sensitiviteitsanalyse voor Prijs Product 2

**Wat is sensitiviteitsanalyse?**
Sensitiviteitsanalyse onderzoekt hoe gevoelig de optimale oplossing is voor veranderingen in parameters (zoals prijzen of beschikbare resources). We willen weten: binnen welk interval kan de prijs van product 2 ($C_2$) variëren zonder dat de huidige basis (= welke variabelen in productie zijn) verandert?
**Methode:** Omdat $X_2$ in de basis zit, moeten we controleren of het nog steeds optimaal is om $X_2$ te blijven produceren als de prijs verandert. Dit doen we door te testen of elke niet-basis variabele ($X_1$, $S_1$, $S_2$) de basis zou kunnen binnenkomen.

**Stappenplan Sensitiviteitsanalyse voor Basis-variabele**

**STAP 1:** Identificeer het optimale tableau
**STAP 2:** Voor elke niet-basis variabele (kolom):
a) Lees de coëfficiënten in die kolom af
b) Bereken de öpportunity cost"= wat kost het om deze variabele in de basis te brengen?
c) Stel een ongelijkheid op die garandeert dat deze variabele NIET aantrekkelijk wordt
**STAP 3:** Bepaal het interval waar ALLE voorwaarden gelden (doorsnede)

**Test 1: Controleer $X_1$ als potentiële invaller**
*Waar halen we de cijfers vandaan?* Kijk naar kolom $X_1$ in het optimale tableau:

| Basis | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $S_1$ | $S_2$ | RHS |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $Z$ | 3 | 0 | 0 | 4 | 1 | 300 |
| $X_3$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | 1 | $\frac{3}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | 25 |
| $X_2$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 0 | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 25 |

*Interpretatie van de geel gemarkeerde $X_1$-kolom:*
- De **3** in de Z-rij = huidige prijs van $X_1$ (uit oorspronkelijke doelfunctie)
- De $\frac{1}{2}$ bij $X_3$ = als we 1 eenheid $X_1$ maken, moeten we $\frac{1}{2}$ eenheid $X_3$ opgeven
- De $\frac{1}{2}$ bij $X_2$ = als we 1 eenheid $X_1$ maken, moeten we $\frac{1}{2}$ eenheid $X_2$ opgeven

**Berekening opportunity cost:**
*Huidige basis:* $X_2$ en $X_3$ zijn in productie. We testen of $X_1$ deze basis kan binnenkomen.
$C_2$ = nieuwe prijs van $X_2$ (We gaan voorwaarden opstellen in functie van $C_2$)

| **Actie** | **Waarde** | **Effect op winst** |
|---|---|---|
| Breng 1 eenheid $X_1$ in basis | $C_1 = 3$ | $+3$ |
| Haal $\frac{1}{2}$ eenheid $X_3$ uit basis | prijs $X_3 = 5$ | $-\frac{1}{2} \times 5 = -2.5$ |
| Haal $\frac{1}{2}$ eenheid $X_2$ uit basis | prijs $X_2 = C_2$ | $-\frac{1}{2} \times C_2$ |
| **Netto effect:** | | $3 - 2.5 - \frac{C_2}{2} = 0.5 - \frac{C_2}{2}$ |

*Opmerking:* We halen gedeeltelijk uit de huidige productiebasis ($X_2$ en $X_3$) om plaats te maken voor $X_1$.

**Voorwaarde voor optimaliteit:** Het netto effect moet $\leq 0$ blijven (anders wordt $X_1$ aantrekkelijk):

$$\begin{aligned} 3 - \frac{5}{2} - \frac{C_2}{2} &\leq 0 \\ \frac{6}{2} - \frac{5}{2} - \frac{C_2}{2} &\leq 0 \\ \frac{1}{2} - \frac{C_2}{2} &\leq 0 \\ \frac{1}{2} &\leq \frac{C_2}{2} \\ 1 &\leq C_2 \end{aligned}$$

$$\boxed{C_2 \geq 1} \quad \text{(Voorwaarde 1)}$$

**Test 2: Controleer $S_1$ als potentiële invaller**

$S_1$ is een spelvariabele die aangeeft hoeveel grondstoffen ongebruikt blijven. In basis brengen van $S_1$ betekent dat we minder produceren en grondstoffen overlaten.

*Waar halen we de cijfers vandaan?* Kijk naar kolom $S_1$ in het optimale tableau:

| Basis | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $S_1$ | $S_2$ | RHS |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $Z$ | 3 | 0 | 0 | 4 | 1 | 300 |
| $X_3$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | 1 | $\frac{3}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | 25 |
| $X_2$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 0 | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 25 |

*Interpretatie van de geel gemarkeerde $S_1$-kolom:*

- De **4** in de Z-rij = shadow price van $S_1$ (hoeveel winst kost 1 eenheid ongebruikte grondstof)
- De $\frac{3}{2}$ bij $X_3$ = als we 1 eenheid $S_1$ in basis brengen, moeten we $\frac{3}{2}$ eenheid $X_3$ opgeven
- De $-\frac{1}{2}$ bij $X_2$ = als we 1 eenheid $S_1$ in basis brengen, neemt $X_2$ toe met $\frac{1}{2}$ eenheid

**Berekening opportunity cost:**

| **Actie** | **Waarde** | **Effect op winst** |
|---|---|---|
| Breng 1 eenheid $S_1$ in basis | (slack) | $+0$ (geen waarde voor ongebruikte grondstof) |
| Haal $\frac{3}{2}$ eenheid $X_3$ uit basis | prijs $X_3 = 5$ | $-\frac{3}{2} \times 5 = -7.5$ |
| Haal $-\frac{1}{2}$ eenheid $X_2$ uit basis | prijs $X_2 = C_2$ | $-(-\frac{1}{2}) \times C_2 = +\frac{C_2}{2}$ |
| **Netto effect:** | | $0 - 7.5 + \frac{C_2}{2} = -7.5 + \frac{C_2}{2}$ |

*Uitleg negatief teken:* De coëfficiënt $-\frac{1}{2}$ betekent dat $X_2$ juist **toeneemt** als we $S_1$ in de basis brengen. Dit geeft een **positief** effect op de winst!

**Voorwaarde:**

$$\begin{aligned} 0 - \frac{3}{2} \times 5 + \frac{1}{2} \times C_2 &\leq 0 \\ -\frac{15}{2} + \frac{C_2}{2} &\leq 0 \\ \frac{C_2}{2} &\leq \frac{15}{2} \\ C_2 &\leq 15 \end{aligned}$$

$$\boxed{C_2 \leq 15} \quad \text{(Voorwaarde 2)}$$

**Test 3: Controleer $S_2$ als potentiële invaller**
$S_2$ representeert ongebruikte machinetijd. Vergelijkbare analyse:
*Waar halen we de cijfers vandaan?* Kijk naar kolom $S_2$ in het optimale tableau:

| Basis | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $S_1$ | $S_2$ | RHS |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $Z$ | 3 | 0 | 0 | 4 | 1 | 300 |
| $X_3$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | 1 | $\frac{3}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | 25 |
| $X_2$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 0 | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 25 |

*Interpretatie van de geel gemarkeerde $S_2$-kolom:*

- De **1** in de Z-rij = shadow price van $S_2$ (hoeveel winst kost 1 eenheid ongebruikte machinetijd)
- De $-\frac{1}{2}$ bij $X_3$ = als we 1 eenheid $S_2$ in basis brengen, neemt $X_3$ toe met $\frac{1}{2}$ eenheid
- De $\frac{1}{2}$ bij $X_2$ = als we 1 eenheid $S_2$ in basis brengen, moeten we $\frac{1}{2}$ eenheid $X_2$ opgeven

**Berekening opportunity cost:**

| **Actie** | **Waarde** | **Effect op winst** |
|---|---|---|
| Breng 1 eenheid $S_2$ in basis | (slack) | $+0$ |
| Haal $-\frac{1}{2}$ eenheid $X_3$ uit basis | prijs $X_3 = 5$ | $-(-\frac{1}{2}) \times 5 = +2.5$ |
| Haal $\frac{1}{2}$ eenheid $X_2$ uit basis | prijs $X_2 = C_2$ | $-\frac{1}{2} \times C_2$ |
| **Netto effect:** | | $0 + 2.5 - \frac{C_2}{2}$ |

**Voorwaarde:**

$$\begin{aligned} 0 + \frac{1}{2} \times 5 - \frac{1}{2} \times C_2 &\leq 0 \\ \frac{5}{2} - \frac{C_2}{2} &\leq 0 \\ \frac{5}{2} &\leq \frac{C_2}{2} \\ 5 &\leq C_2 \end{aligned}$$

$$\boxed{C_2 \geq 5} \quad \text{(Voorwaarde 3)}$$

**Samenvatting van alle drie testen:**

| **Kolom getest** | **Netto effect** | **Ongelijkheid** | **Resultaat** |
|---|---|---|---|
| $X_1$ | $3 - 2.5 - \frac{C_2}{2}$ | $0.5 - \frac{C_2}{2} \leq 0$ | $C_2 \geq 1$ |
| $S_1$ | $0 - 7.5 + \frac{C_2}{2}$ | $-7.5 + \frac{C_2}{2} \leq 0$ | $C_2 \leq 15$ |
| $S_2$ | $0 + 2.5 - \frac{C_2}{2}$ | $2.5 - \frac{C_2}{2} \leq 0$ | $C_2 \geq 5$ |

**Conclusie:** De doorsnede van alle voorwaarden geeft:

- Van $X_1$: $C_2 \geq 1$
- Van $S_1$: $C_2 \leq 15$
- Van $S_2$: $C_2 \geq 5$ $\leftarrow$ **meest restrictieve ondergrens!**

$$\boxed{5 \leq C_2 \leq 15}$$

*Let op:* De ondergrens van 5 komt uit test $S_2$ (niet uit test $X_1$), omdat $5 > 1$. De bovengrens van 15 komt uit test $S_1$.
**Interpretatie:** Zolang de prijs van product 2 tussen €5 en €15 blijft, is het optimaal om precies 25 eenheden product 2 en 25 eenheden product 3 te produceren. De productiemix verandert niet, maar de totale winst wel.

**Toepassing: Als** $C_2 = 13$
Controleren: $5 \leq 13 \leq 15$ ✓ $\Rightarrow$ Huidige basis blijft optimaal!
**Nieuwe winst:** $Z = 25 \times 13 + 25 \times 5 = 325 + 125 = 450$ euro
*Belangrijke opmerking:* De basis (welke producten we maken) blijft hetzelfde, maar de winstwaarde verandert wel door de hogere prijs van product 2.

### Vraag 3: Sensitiviteitsanalyse voor Prijs Product 1

$X_1$ zit **niet** in de basis, dus we hoeven alleen $X_1$ zelf te controleren.
**Test voor $X_1$:**
Als we $1X_1$ in de basis brengen met prijs $C_1$:

- Kost: $+C_1$
- Uit basis: $\frac{1}{2}X_3 \rightarrow -\frac{1}{2} \times 5$
- Uit basis: $\frac{1}{2}X_2 \rightarrow -\frac{1}{2} \times 7$

Netto effect: $C_1 - \frac{5}{2} - \frac{7}{2} \leq 0$
$\Rightarrow C_1 \leq 6$
**Conclusie:** Voor $C_1 \leq 6$ blijft de huidige basis optimaal.
**Als $C_1 = 7$:** De huidige basis houdt niet stand!
Netto effect: $7 - 6 = 1 \Rightarrow$ Coëfficiënt in tableau wordt $-1$ (negatief in Z-rij)
**Nieuwe iteratie nodig:**

| Basis | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $S_1$ | $S_2$ | RHS | CRT |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Z$ | $-1$ | 0 | 0 | 4 | 1 | 300 | |
| $X_3$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | 1 | $\frac{3}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | 25 | 50 |
| $X_2$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 0 | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 25 | 50 |

Pivot kolom: $X_1$, beide CRT gelijk, kies willekeurig $X_2$-rij.
**Rijoperaties:**

- $R_2' = R_2 \times 2$ (maak pivot 1)
- $R_1' = R_1 + R_2'$
- $R_3' = R_3 - \frac{1}{2}R_2'$

**Nieuw optimaal tableau:**

| Basis | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $S_1$ | $S_2$ | RHS |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $Z$ | 0 | 2 | 0 | 3 | 2 | 350 |
| $X_3$ | 0 | $-1$ | 1 | 2 | $-1$ | 0 |
| $X_1$ | 1 | 2 | 0 | $-1$ | 1 | 50 |

**Nieuwe optimale oplossing:** Produceer 50 eenheden product 1.
**Nieuwe winst:** $Z = 50 \times 7 = 350$ euro

### Vraag 4: Introductie van Product 4

**Kenmerken product 4:**

- Winst: €17
- Verbruik: 3 kg grondstoffen
- Machinetime: 4 uur

**Test of product 4 winstgevend is:**

Als we $1X_4$ in de basis brengen:

- Kost: $+17$
- Grondstoffen: $3S_1$ uit basis $\rightarrow -3 \times 4 = -12$
- Machinetijd: $4S_2$ uit basis $\rightarrow -4 \times 1 = -4$

Netto effect: $17 - 12 - 4 = 1 > 0 \Rightarrow$ **JA, product 4 moet worden geproduceerd!**

**Kolom voor $X_4$ berekenen:**

Voor rij $X_3$: $3S_1 + (-1/2)S_2 = 3 \times \frac{3}{2} + (-\frac{1}{2}) \times (-\frac{1}{2}) = \frac{9}{2} + \frac{1}{4} = \frac{5}{2}$

Voor rij $X_2$: $3S_1 + 4S_2 = 3 \times (-\frac{1}{2}) + 4 \times \frac{1}{2} = -\frac{3}{2} + 2 = \frac{1}{2}$

**Nieuw tableau met $X_4$:**

| Basis | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $X_4$ | $S_1$ | $S_2$ | RHS | CRT |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Z$ | 3 | 0 | 0 | $-1$ | 4 | 1 | 300 | |
| $X_3$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | 1 | $\frac{5}{2}$ | $\frac{3}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | 25 | 10 |
| $X_2$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 0 | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 25 | 50 |

Pivot kolom: $X_4$, CRT: $\min\left(\frac{25}{5/2}, \frac{25}{1/2}\right) = 10$

Pivot element: $\frac{5}{2}$ in rij $X_3$

**Rijoperaties:**

- $R_3' = R_3 \times \frac{2}{5}$ (maak pivot 1)
- $R_1' = R_1 + R_3'$
- $R_2' = R_2 - \frac{1}{2}R_3'$

**Finaal optimaal tableau:**

| Basis | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $X_4$ | $S_1$ | $S_2$ | RHS |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Z$ | 3 | 0 | $\frac{2}{5}$ | 0 | $\frac{23}{5}$ | $\frac{4}{5}$ | 310 |
| $X_4$ | $\frac{1}{5}$ | 0 | $\frac{2}{5}$ | 1 | $\frac{3}{5}$ | $-\frac{1}{5}$ | 10 |
| $X_2$ | $\frac{2}{5}$ | 1 | $-\frac{1}{5}$ | 0 | $-\frac{4}{5}$ | $\frac{3}{5}$ | 20 |

**Nieuwe optimale oplossing:** Produceer 10 eenheden product 4 en 20 eenheden product 2.

**Nieuwe maximale winst:** $Z = 10 \times 17 + 20 \times 7 = 310$ euro

**Conclusie:** Door product 4 te introduceren stijgt de winst van €300 naar €310 (+€10).

# 8 Examentips

**Examentips**

- Maak veel oefenexamens. Zorg echt dat je duidelijk bent en tekeningen kunt maken.
- Maak simplex oefeningen en zorg dat je de stappen kent.
- Wees echt breed bij uitleggen. Wat heeft invloed op wat, zijn er cyclussen, etc.
- Zorg dat je de verschillende kostprijsberekeningen kent.
- Afschrijvigen gaat hij zoiezo vragen
- Zorg dat je makkelijk annuïteiten en actualisatie kunt berekenen.

- Bekijk toledo met voorbeeld examens, case studies en uitgewerkte Simplex oefeningen.

Als je veel last hebt met dit vak. Geen zorgen ik ook. Het komt goed. Blijf er gewoon voor gaan.

# 9 Succes

*Veel succes met de examens!*

— Ruben Ryckaert